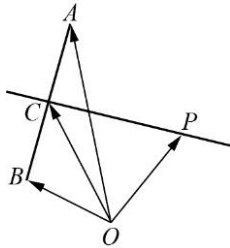


高中數學科 3A 第三次段考 考古卷(B)

一、單選題：每題 2 分、共 30 分

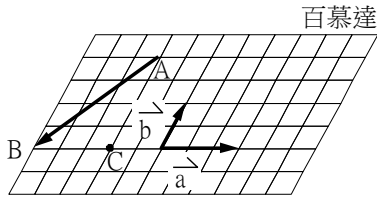
- () 1. 設 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, 1)$, 若 $(\vec{a} + 2\vec{b})$ 與 $(2\vec{a} - \vec{b})$ 平行, 則 x 之值為
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2 (E) 3
- () 2. 設 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (4, 3)$, 若有一實數 t , 使得 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 為最小, 其最小值為
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2 (E) $\frac{1}{2}$
- () 3. 若 $f(x) = \begin{vmatrix} x & x+1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix}$, 則 $f(x)$ 之最小值為
 (A) 3 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -3
- () 4. 平面上有一 $\triangle ABC$ 及另一點 P , $\vec{AP} = \frac{2}{5}\vec{AB} + t\vec{AC}$, t 為實數。若 P 在 $\triangle ABC$ 之內部, 則下列哪一個選項是 t 的最大範圍?
 (A) $0 < t < \frac{1}{5}$ (B) $0 < t < \frac{2}{5}$ (C) $0 < t < \frac{3}{5}$ (D) $0 < t < \frac{4}{5}$ (E) $0 < t < 1$
- () 5. 已知 $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$ 且 θ 為 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角, 則 $\cos\theta$ 之值為何?
 (A) 1 (B) -1 (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{4}{5}$ (E) 0
- () 6. 設 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (x, 1)$, 若 $(\vec{a} + 2\vec{b})$ 與 $(2\vec{a} - \vec{b})$ 平行, 則 x 的值為
 (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{5}$
- () 7. 如附圖, O, A, B 是平面上的三點, 設 P 為 \overline{AB} 的垂直平分線 CP 上任意一點, 若 $|\vec{OA}| = 4$, $|\vec{OB}| = 2$, 則 $\vec{OP} \cdot (\vec{OA} - \vec{OB}) = ?$



- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

- () 8. 平面上 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1, 2)$, $B(5, -2)$, $C(4, 1)$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為
 (A) 7 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16
- () 9. 平行四邊形 $ABCD$ 中, G 點為 \overline{CD} 的中點, 而 $\vec{GB} = r\vec{AB} + s\vec{BC}$ ($r, s \in R$), 則 $r + s =$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$ (E) 1
- () 10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 E 為 \overline{AC} 上的一點, F 為 \overline{AB} 上的一點, 設 \overline{BE} 與 \overline{CF} 交於 P 點, 且 $\overline{BP} : \overline{PE} = 5 : 3$, $\overline{CP} : \overline{PF} = 2 : 1$, 則 $\overline{AF} : \overline{FB} = ?$
 (A) 8 : 7 (B) 7 : 8 (C) 7 : 9 (D) 9 : 7 (E) 8 : 9
- () 11. $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 4\sqrt{2}$, 求 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} =$
 (A) $4\sqrt{2}$ (B) $-4\sqrt{2}$ (C) 16 (D) -16 (E) -32
- () 12. 設 $\vec{AB} = (3, 2)$, $\vec{AC} = (k, 1)$, 若 $\triangle ABC$ 為 $\angle B = 90^\circ$ 之直角三角形, 則 $k =$
 (A) $\frac{11}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{13 \pm \sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
- () 13. $\vec{b} = (3, -1)$ 在 $\vec{a} = (4, 2)$ 方向上的正射影為:
 (A) $(-3, -2)$ (B) $(-2, -1)$ (C) $(2, 1)$ (D) $(1, 3)$ (E) $(-1, 3)$

- () 14. 如附圖，傳說船駛達百慕達三角洲時，須遵循下列兩個怪異磁場 \vec{a} ， \vec{b} 的方向；否則會神奇失蹤。今一艘救援艇已開到此海域 A 處，準備前往 B 處尋找一艘載滿黃金的船。若欲完成任務，它應遵循圖示 \vec{a} ， \vec{b} 的方向，走了 $x\vec{a} + y\vec{b}$ ， x, y 是實數，則



- (A) $x=2, y=-1$ (B) $x=-2, y=1$ (C) $x=-2, y=0$ (D) $x=-1, y=1$ (E) $x=-1, y=-2$

- () 15. 設 ABC 為坐標平面上三角形， P 為平面上一點且 $\vec{AP} = \frac{1}{5}\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$ ，則 $\frac{\Delta ABP \text{面積}}{\Delta ABC \text{面積}}$ 的比值為

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

二、多重選擇題：每題 2 分、共 30 分

- () 1. 下列何者恆正確？

- (A) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} b+ka & a \\ d+kc & c \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e+ka & f+kb \\ a & b \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a & b \\ e-c & f-d \end{vmatrix}$ (D) 若 $\begin{vmatrix} \sin 3\theta & \cos 3\theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} = 1$ ，則 $\theta = \frac{\pi}{4}$ (E) $\begin{vmatrix} 4994 & 4998 \\ 2994 & 2998 \end{vmatrix}$

- () 2. 已知直線 $L: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+t \end{cases}$ t 為實數，下列直線何者與 L 垂直？

- (A) $L: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=4-t \end{cases}$ ， t 為實數 (B) $L: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \end{cases}$ ， t 為實數 (C) $L: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-1+2t \end{cases}$ ， t 為實數 (D) $x+2y=0$ (E) $-2x+y+5=0$

- () 3. 下列各選項中的行列式，哪些與 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的值一定相等？

- (A) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 1 & b \\ c & ad \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} a & b \\ kc & kd \end{vmatrix}$

- () 4. 正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 2，設 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，以 \vec{a} ， \vec{b} 向量表下列向量，何者正確？

- (A) $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (B) $\vec{AD} = 2\vec{a} + \vec{b}$ (C) $\vec{AE} = 2\vec{b} - \vec{a}$ (D) $\vec{AF} = \vec{a} - \vec{b}$ (E) $\vec{BE} = 2\vec{b} - 2\vec{a}$

- () 5. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ 與下列哪些行列式恆相等？

- (A) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 2a & \frac{1}{2}c \\ 2b & \frac{1}{2}d \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} a+c & c \\ b+d & d \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} a-b & b \\ c-d & d \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} a & -c \\ -b & d \end{vmatrix}$

- () 6. xy 平面上有 $A(1, 0)$ 、 $B(-1, 2)$ 、 $C(3, k)$ ，則下列何者為真？

- (A) 若 ΔABC 之面積 = 4 時， $k=2$ (B) 若 $k=2$ 時， ΔABC 之面積 = 4 (C) 若 $k=-8$ 時，

$\triangle ABC$ 之面積=6 (D)若 $k=-2$ 時, A, B, C 三點共線 (E)若 $k=2$ 時, $\triangle ABC$ 為直角三角形

- () 7. 颱風作等速直線前進, 颱風中心 P , 暴風半徑為 1, 清晨零時位在 $A(3, -1)$, 清晨 1 時來到 $B(2, 1)$ 之點。若 y 軸為海岸線, $x < 0$ 為陸地, $x > 0$ 為海面。請問下列敘述何者正確?

(A)清晨 5 時中心位置在 $(-2, 9)$ (B)颱風前進的速率是每小時 $\sqrt{5}$ 公里 (設 x 軸和 y 軸上每單位長皆是 1 公里) (C)颱風中心在清晨 3 時登岸 (D)海岸線上首先接觸暴風圈的位置為 $(0, 3)$ (E)有一地方位在 $C(-3, 10)$ 之處, 則 C 點在清晨 5 點 12 分開始進入暴風圈

- () 8. 若 G 為 $\triangle ABC$ 之重心, 且 $|\vec{GA}|=2, |\vec{GB}|=\sqrt{2}, |\vec{GC}|=\sqrt{3}$, 則

(A) $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = -\frac{3}{2}$ (B) $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = \frac{3}{2}$ (C) 設 \vec{GA} 與 \vec{GB} 之夾角為 θ , 則 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

(D) 設 \vec{GA} 與 \vec{GB} 之夾角為 θ , 則 $\sin \theta = \frac{\sqrt{46}}{8}$ (E) $\triangle ABC$ 之面積為 $\frac{3\sqrt{23}}{4}$

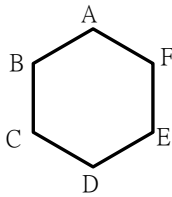
- () 9. 設 O, A, B 三點不共線, $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$, 則下列對 P 點軌跡的敘述何者正確?

(A) 若 $x = \frac{1}{2}$, y 為實數, 則 P 點軌跡表一直線 (B) 若 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$, y 為實數, 則 P 點軌跡

表一線段 (C) 若 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$, 則 P 點軌跡表一平行四邊形區域 (D) 若 x 為實數,

y 為實數, 則 P 點軌跡表 O, A, B 三點所在的平面 (E) 若 $x+y=1$, x 為實數, y 為實數, 則 P 點軌跡表一直線

- () 10. 如附圖, $ABCDEF$ 為一正六邊形, 下列何者敘述為正確?



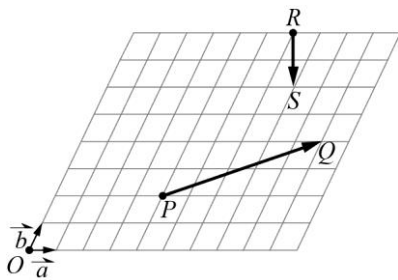
(A) $\vec{AB} + \vec{FE} = \vec{FD}$ (B) $\vec{CD} = \vec{AD} - \vec{AB} - \vec{BC}$ (C) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \vec{AB} \cdot \vec{AB}$ (D) $\vec{AB} \cdot \vec{AF} = \frac{1}{2} \vec{AB}^2$ (E) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{AB}^2$

- () 11. 設 $\vec{a} = (6, -7), \vec{b} = (9, -2)$, 下列何者為真?

(A) $|\vec{a}| = 17$ (B) \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為銳角 (C) \vec{a} 與 \vec{b} 所張的平行四邊形面積為 51

(D) $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 互相垂直 (E) 與 \vec{a} 同方向的單位向量為 $(\frac{6}{85}, -\frac{7}{85})$

- () 12. 附圖為兩組兩兩平行的直線組合, 且相鄰兩線等距離, 已知 \vec{a}, \vec{b} 長度均為 1, 其夾角為 60° , 則下列何者為真?



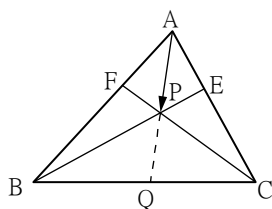
(A) $\vec{OP} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ (B) $\vec{RS} = \vec{a} - 2\vec{b}$ (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ (D) $|\vec{OP}| = \sqrt{39}$

(E) $\vec{QP} \cdot \vec{RS} = -3$

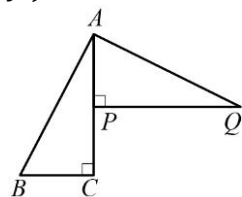
- ()13. 設 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 為三非零向量, 則下列何者為真?
 (A) 若 $\vec{b} = \vec{c}$, 則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ (B) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, 則 $\vec{b} = \vec{c}$
 (C) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ (D) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (E)
 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$
- ()14. 設 D, E, F 分別為 $\triangle ABC$ 三邊 \overline{BC} , \overline{CA} , \overline{AB} 之中點, 且 $\overline{BA} = \vec{a}$, $\overline{BC} = \vec{b}$, 則
 (A) $\overline{DE} = \frac{1}{2} \vec{a}$ (B) $\overline{CD} = -\frac{1}{2} \vec{b}$ (C) $\overline{BE} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b})$ (D) $\overline{DA} = \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$
 (E) $\overline{AE} = \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{a})$
- ()15. 設 \vec{u} , \vec{v} 為兩非零向量, 若 $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| = |2\vec{u} + 3\vec{v}| = 2$, 且 θ 為 \vec{u} 和 \vec{v} 之夾角, 則下列哪些正確?
 (A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{7}{2}$ (B) $\cos \theta = \frac{7}{8}$ (C) $|\vec{u} + 2\vec{v}| = 1$ (D) 以 \vec{u} 和 \vec{v} 為兩邊的三角形面積為 $\frac{\sqrt{15}}{8}$ (E) \vec{u} 在 \vec{v} 上的正射影長度為 $\frac{7}{4}$

三、填充題：每題 2 分、共 40 分

- 求行列式 $\begin{vmatrix} 911 & 1808 \\ 1814 & 3599 \end{vmatrix}$ 之值 = _____。
- 設 $\overline{OA} = 2$, $\overline{OB} = 3$, \overline{OA} 與 \overline{OB} 之夾角為 60° , 試求 $|\overline{OA} - 2\overline{OB}| =$ _____。
- 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$, 則 $\begin{vmatrix} 3a+4c & 3b+4d \\ a-c & b-d \end{vmatrix} =$ _____。
- 設 $A(-4, 3)$, $B(2, -1)$, 若 P 在 AB 直線上, 但不在 \overline{AB} 上, 且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$, 求 P 點坐標為 _____。
- $\triangle ABC$ 中, 點 E 在 \overline{AC} 上且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, 點 F 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 2$, 設 \overline{BE} 與 \overline{CF} 交點 P 。
 (1) 若 $\overline{AP} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$, 則數對 $(x, y) =$ _____。
 (2) 若延長直線 AP 交線段 \overline{BC} 於 Q , 則 $\overline{AP} : \overline{AQ} =$ _____。

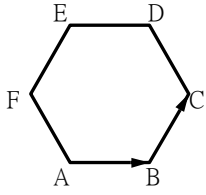


- $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 9$, 求 $\overline{AB} \cdot \overline{BC} =$ _____。
- 於 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, 則 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$ _____。(以 a, b, c 表之)
- 設 $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$, 且 $|\vec{u}|$ 與 $|\vec{v}|$ 之間的夾角為 120° , 求向量 $3\vec{u} - 2\vec{v}$ 的長度為 _____。
- 附圖中 $\angle APQ = \angle ACB = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{PA} = 1$, $\overline{AC} = \overline{PQ} = 2$, 若 $\overline{CQ} = x\overline{AB} + y\overline{AQ}$, 求數對 $(x, y) =$ _____。



- 正方形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 2$, 試求 $\overline{AC} \cdot \overline{BD} =$ _____。
- $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$, 則 $|\overline{AB} + \overline{AC}| =$ _____。

12. 如附圖所示，正六邊形 $ABCDEF$ 中， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，則



- (1) $\overrightarrow{AF} =$ _____。
- (2) $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{AE} =$ _____。(試以 \vec{a} ， \vec{b} 表示之)
13. 設 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 120° ， t 為實數，若 $t = \alpha$ 時， $\vec{a} + (t+1)\vec{b}$ 與 $-\vec{a} + t\vec{b}$ 之內積有最小值 m ，求數對 $(\alpha, m) =$ _____。
14. 設 A, B, C 三點不共線， x, y 為實數，若 $x\overrightarrow{AB} + (y+1)\overrightarrow{BC} + (x-y+3)\overrightarrow{CA} = \vec{0}$ ，求數對 $(x, y) =$ _____。
15. 設 a, b, c, d 為實數， $a^2 + b^2 = 2$ ， $4c^2 + b^2 = 9$ ，若 $ad - 2bc$ 之最大值為 M ，最小值為 m ，則 $(M, m) =$ _____。
16. 設 $\vec{a} = (x, 1)$ ， $\vec{b} = (3, y)$ ， $x, y \in \mathbb{R}$ ，且 $x^2 + y^2 = 10$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最小值為 _____。
17. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 6$ ，求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____。
18. 若點 $A(3, -2)$ ， $B(x, 4)$ ，且 $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{10}$ ，則 $x =$ _____。
19. 設 O 為坐標平面上的原點， P 點坐標為 $(2, 1)$ ，若 A, B 分別是正 x 軸及正 y 軸上的點，使得 $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$ ，求 $\frac{2}{OA} + \frac{4}{OB}$ 的最小值是 _____。
20. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CA} = 3$ ，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____。