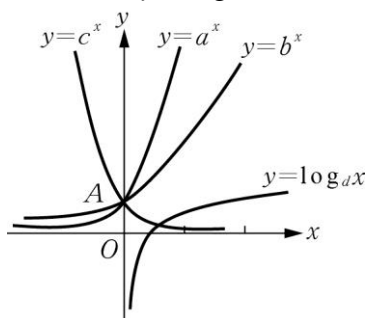


一、單選題：每題 3 分、共 15 分

- ( ) 1.  $\log_{32} 27 \times \log_{81} 16$  為？  
 (A)  $\log_{32 \times 81} 27 \times 16$  (B)  $\log_6 1$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{3}{5}$
- ( ) 2. 設  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_3 7 = b$ , 則  $\log_{42} \frac{56}{9} =$   
 (A)  $\frac{ab+2a-3}{ab+a+1}$  (B)  $\frac{ab-2a+3}{ab+a+1}$  (C)  $\frac{ab+2a-3}{ab-a+1}$   
 (D)  $\frac{ab-2a+3}{ab-a+1}$  (E) 以上皆非
- ( ) 3. 設正實數  $b$  滿足  $(\log 100)(\log b) + \log 100 + \log b = 7$ 。試選出正確的選項。  
 (A)  $1 \leq b \leq \sqrt{10}$  (B)  $\sqrt{10} \leq b \leq 10$  (C)  $10 \leq b \leq 10\sqrt{10}$  (D)  $10\sqrt{10} \leq b \leq 100$  (E)  $100 \leq b \leq 100\sqrt{10}$
- ( ) 4.  $\log_2 0.25 =$   
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-2$  (E)  $2$
- ( ) 5. 若正實數  $x, y$  滿足  $\log_{10} x = 2.8$ ,  $\log_{10} y = 5.6$ , 則  $\log_{10}(x^2 + y)$  最接近下列哪一個選項的值？  
 (A) 2.8 (B) 5.6 (C) 5.9 (D) 8.4 (E) 11.2

二、多重選擇題：每題 3 分、共 15 分

- ( ) 1. 下列哪一個圖形與直線  $x + y = 0$  恰交於一點？  
 (A)  $y = -\log_5 x$  (B)  $y = |\log_2 x|$  (C)  $y = \log_2 |x|$  (D)  $y = \log_2(x+1)$  (E)  $y = \log_5(-x)$
- ( ) 2. 如附圖，已知  $y = a^x$  與  $y = c^x$  的圖形對稱於  $y$  軸，且兩函數與  $y = b^x$  交於一點  $A$ 。已知  $y = a^x$  圖形與  $y = \log_d x$  圖形對稱於直線  $y = x$ ，請問下列選項哪些正確？



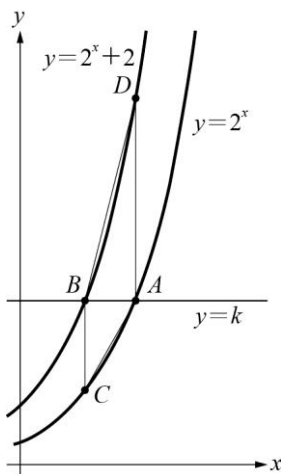
- (A)  $b > a > c$  (B) 點  $A$  的坐標為  $(0, 1)$  (C)  $ac = 1$  (D)  $a = d$  (E) 方程式  $\log_d x = a^x$  有實數解
- ( ) 3. 假設點  $(a, b)$  為函數  $y = 3^x$  圖形上之一點，請選出下列正確的選項？  
 (A)  $a < b$  (B)  $(-a, b)$  為函數  $y = (\frac{1}{3})^{-x}$  圖形上之一點 (C)  $(a-5, 9b)$  為函數  $y = 3^{x+7}$  圖形上之一點 (D)  $(\frac{1}{b}, a)$  為函數  $y = \log_3 x^{-1}$  圖形上之一點 (E)  $(b+2, a)$  為函數  $y = \log_3 x - 2$  圖形上之一點

- ( ) 4. 已知  $\log 2 \approx 2.03010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ , 則  $5^{30}$  展開後為  $x$  位數, 最高位數字為  $y$ , 個位數為  $z$ , 選出正確的選項。  
 (A)  $x=20$  (B)  $x=21$  (C)  $y=3$  (D)  $xyz$  是 105 的倍數 (E)  $x+y+z=35$
- ( ) 5. 觀察相關的函數圖形, 判斷下列選項何者為真?  
 (A)  $10^x = x$  有實數解 (B)  $10^x = x^2$  有實數解 (C)  $x$  為實數時,  $10^x > x$  恆成立 (D)  $x > 0$  時,  $10^x > x^2$  恆成立 (E)  $10^x = -x$  有實數解

**三、非選題：每題 8 分、共 40 分**

1. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 ( $\text{W/m}^2$ ) 來衡量, 一般人能感覺出聲音的最小強度為  $I_0 = 10^{-12} (\text{W/m}^2)$ , 當測得的聲音強度為  $I (\text{W/m}^2)$  時, 所產生的噪音分貝數  $d$  為  $d(I) = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$   
 $= 10 \times \log \frac{I}{10^{-12}}$
- (1) 若一隻蚊子振動翅膀測得的聲音強度為  $10^{-12} (\text{W/m}^2)$ , 求其產生的噪音分貝數為何?  
 (2) 求 10 隻蚊子 (強度為 10 倍) 產生的噪音分貝數為何?  
 (3) 汽車製造廠測試發現, 某新車以每小時 60 公里速度行駛時, 測得的聲音強度為  $10^{-4} (\text{W/m}^2)$ , 試問此聲音強度產生的噪音為多少分貝何?

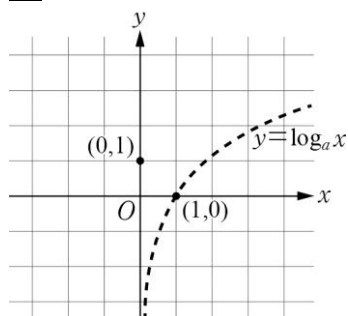
2. 在坐標平面上, 水平線  $y=k$  與  $y=2^x$ ,  $y=2^{x+2}$  的圖形分別交於  $A$ 、 $B$  兩點, 過  $A$  點的鉛直線交  $y=2^{x+2}$  的圖形於  $D$  點, 過  $B$  點的鉛直線交  $y=2^x$  的圖形於  $C$  點。如附圖所示。若四邊形  $ADBC$  的面積為 60, 則  $k$  值為何?



3.  $2^x = 9$ ,  $3^y = 16$ , 求  $xy$  之值。

4. 放射物的質量變為原來的一半所需的時間，稱為該物質的半衰期。鐳 (Radium) 是一種放射性物質，最穩定的同位素為鐳-226，半衰期為 1600 年。假設剛開始鐳的質量為 10 公克，試求：
- (1) 6400 年後的質量為幾公克？
  - (2) 衰變到剩下 8 公克時，需要幾年？(四捨五入至整數位) (已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ )

5.  $a > 0$ ，函數  $y = \log_a x$  之圖形如附圖，請在答案卷上畫出圖形，作圖時請注意對稱關係及漸近線。



- (1) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = \log_{\frac{1}{a}} x$  的函數圖形。
- (2) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = |\log_a x|$  的函數圖形。
- (3) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = a^x + 1$  的函數圖形。
- (4) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = \log_{\frac{1}{a}}(-x)$  的函數圖形。

**四、填充題：每題 3 分、共 30 分**

1. 將  $y = f(x) = \log_2 x$  的圖形向右移 12 單位，再向上平移 2 單位，所得新函數  $y = g(x) = \log_2(ax + b)$ ，已知  $y = f(x)$  與  $y = g(x)$  圖形有交點，試求交點坐標為\_\_\_\_\_。

2. 方程式  $|\log_{2x}| + x - 2 = 0$  有  $a$  個實根，方程式  $x - 1 = \log_2 x$  有  $b$  個實根，則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。
3. 滿足不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -2$  的實數  $x$  之範圍為 \_\_\_\_\_。
4. 不等式  $\log_3(x-1) > \log_9(7-x)$  的解為 \_\_\_\_\_。
5. 試求下列各式的值：
- (1)  $\log_4 \frac{28}{15} - 2 \log_4 \frac{3}{14} + 3 \log_4 \frac{6}{7} - \log_4 \frac{2}{5} =$  \_\_\_\_\_。
- (2)  $(\log_3 2 + \log_9 8)(\log_2 9 + \log_4 3) =$  \_\_\_\_\_。
- (3)  $\log_3 7 \cdot \log_7 90 - \frac{\log_7 100}{\log_{49} 81} =$  \_\_\_\_\_。
6. 設實數  $x$  滿足  $0 < x < 1$ ，且  $\log_x 4 - \log_2 x = 1$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。(化成最簡分數)
7. 試解下列各方程式：
- (1)  $9^x = 3\sqrt{3}$  的解為 \_\_\_\_\_。
- (2)  $3^{x+1} + 3^{2-x} = 28$  的解為 \_\_\_\_\_。
- (3)  $\frac{2^{x^2-1}}{2^{x+1}} = 16$  的解為 \_\_\_\_\_。
8. 若  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^{\log_5 x} = \frac{5}{x^2}$  之兩根，則  $\alpha\beta =$  \_\_\_\_\_。
9. 若實數  $a, b$  滿足  $2^a = \frac{1}{3}$ ， $\log_b 2 = \frac{1}{2}$ ，則  $b^a =$  \_\_\_\_\_。
10. 若對數  $\log_{(x-1)}(3-x)$  有意義，求  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_。