



重要精選考題

(主：代表本單元對應的主題)

基礎題

1. 關於兩函數 $y = 2^x$ 與 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 圖形的敘述，下列哪一個選項正確？

主一

- (1) 兩圖形不相交
- (2) 兩圖形對稱於 x 軸
- (3) 兩圖形均在 x 軸上方
- (4) $y = 2^x$ 的圖形恆在 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形上方。

解► (3)

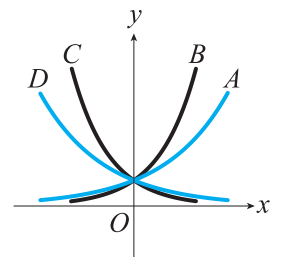
2. 關於函數 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ，下列哪一個選項正確？

主一

- (1) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形和 $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形對稱於 y 軸
- (2) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形和 $h(x) = 2^{-x}$ 的圖形對稱於 y 軸
- (3) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形和 $k(x) = 2^x$ 的圖形對稱於 y 軸
- (4) $f(1000) > f(999)$ 。

解► (3)

3. 如圖 A 、 B 、 C 、 D 分別為指數函數 $y = a^x$ 、 $y = b^x$ 、 $y = c^x$ 、 $y = d^x$ 的圖形，比較 a 、 b 、 c 、 d 的大小。



主一

解► $b > a > d > c$

4. 解下列各方程式：

$$(1) \left(\frac{1}{7}\right)^x = 7\sqrt{7} \quad (2) 2^{2x} - 9 \times 2^{x-1} + 2 = 0$$

主二

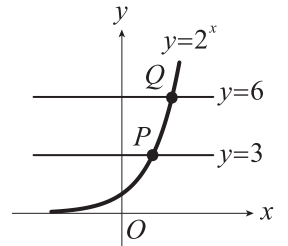
解▶ (1) $x = -\frac{3}{2}$ (2) $x = -1$ 或 2

5. 求兩函數 $y = 9^x$ 與 $y = 3^{3x-1}$ 的圖形交點坐標。

主二

解▶ (1, 9)

6. 右圖為 $y = 2^x$ 的圖形。設 P 、 Q 分別為直線 $y = 3$ 、 $y = 6$ 與 $y = 2^x$ 的交點，求線段 PQ 的長度。



主二

解▶ $\sqrt{10}$

7. 問：下列四個數何者最小？

【學測(修)】

$$(1) 2^{\frac{1}{3}} \quad (2) \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} \quad (3) 2^{-\frac{1}{4}} \quad (4) 8^{-\frac{1}{3}}$$

主三

解▶ (4)

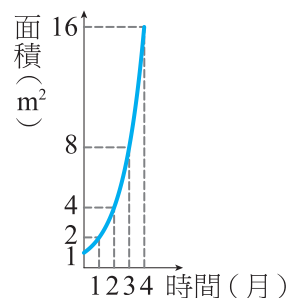
8. 解下列各不等式：

$$(1) 7^{x^2} > 1 \quad (2) \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+3} \quad (3) 9^x + 3^x - 2 \geq 0$$

主三

解▶ (1) $x \neq 0$ (2) $x \leq -1$ 或 $x \geq 6$ (3) $x \geq 0$

9. 右圖是某植物生長蔓延的面積 y (m^2) 與時間 x (月) 的關係圖。已知其關係為指數函數 $y = ca^x$ ， c 為常數，求 a 與 c 的值。



主四

解▶ $a = 2, c = 1$

進階題

1. 設 $67^x = 27$ ， $603^y = 81$ ，求 $\frac{3}{x} - \frac{4}{y}$ 的值。

解▶ -2 

2. 坐標平面上滿足 $10^x \times 100^y = 1000$ 的所有點 (x, y) 所形成的圖形為下列哪個選項？

(1)一個點 (2)一直線 (3)兩直線 (4)一個二次多項式的函數圖形。 【103 指乙(修)】

解▶ (2)



3. 已知 x 為任意實數，求 $27^{\left(x^2 + \frac{2}{3}\right)}$ 的最小值。

【學測(修)】

解▶ 9



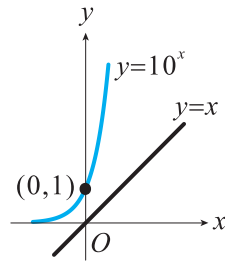
4. 比較下列各組數的大小關係：

(1) $a = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ 、 $b = 2^{0.4}$ 、 $c = \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ 。

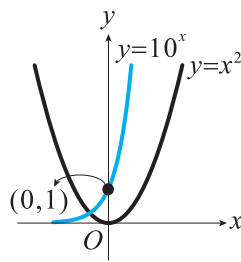
(2) $a = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2.5}$ 、 $b = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ 、 $c = (1.5)^{\sqrt{2}}$ 。

解▶ (1) $a > b > c$ (2) $a > b > c$ 

5. 觀察圖一與圖二，選出正確的選項。



圖一



圖二

- (1) $10^x = x$ 有實數解
- (2) $10^x = x^2$ 有實數解
- (3) $10^x > x$ 恆成立
- (4) 當 $x > 0$ 時， $10^x > x^2$ 恆成立。

【學測（修）】

解► (2)(3)(4)



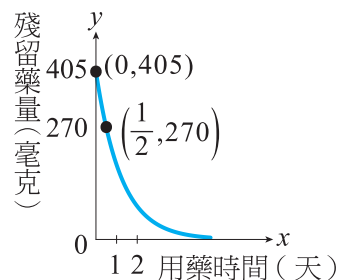
- ◆ 6. 已知某放射性物質，經過 12 天後，質量會衰變成原來的 $\frac{1}{8}$ 。現有此放射性物質 400 公克，問：經過多少天後，此放射性物質會剩下 25 公克？

解► 16 天



- ◆ 7. 某種農藥在農作物上單位面積的殘留藥量會隨著時間遞減，且用藥經過 x 天後，單位面積的殘留藥量為 $f(x) = ka^x$ 毫克，其中 k 、 a 是常數。已知右圖為 $y = f(x)$ 的部分圖形。

- (1) 求 k 與 a 的值。
- (2) 問：用藥 1.5 天後，單位面積的殘留藥量為多少毫克？



解► (1) $k = 405$ ， $a = \frac{4}{9}$ (2) 120 毫克

