

第一學期普高數學

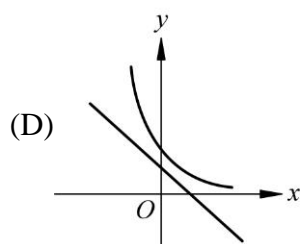
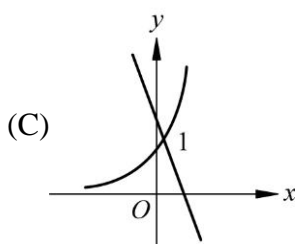
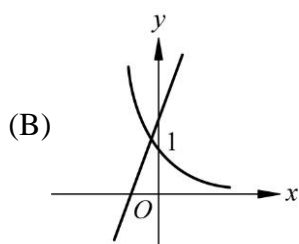
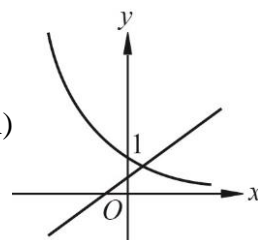
分數欄

老師：_____ 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

分數欄

一、單一選擇題(共 0 分,每題 0 分)

1. () 當 $a \neq 0$ ，函數 $y = ax + b$ 與 $y = b^{ax}$ 的圖形為 (A)



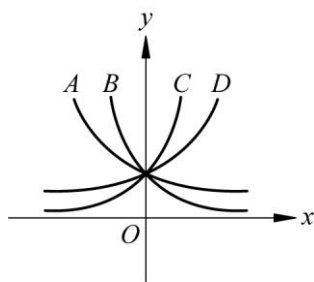
2. () $(\sqrt[3]{6\sqrt{a^9}})^4 \cdot (\sqrt[6]{3\sqrt{a^9}})^4 = ?$ (A) a^2 (B) a^4 (C) a^8 (D) a^{16} (E) a^{32}
3. () 若函數 $y = (a^2 - 1)^x$ 在實數上為遞減函數，則 a 之範圍為何？ (A) $|a| < 1$
 (B) $1 < |a| < 2$ (C) $1 < |a| < \sqrt{2}$ (D) $1 < a < \sqrt{2}$ (E) $-1 < a < \sqrt{2}$
4. () 滿足不等式 $2^{x^2-3x-12} < (0.5)^{2x+6}$ 的整數解共有幾個？ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
 (E) 7
5. () 下列不等式中，何者正確？ (A) $(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$ (B) $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$
 (C) $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$ (D) $(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$ (E) $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$

二、多重選擇題(共 0 分,每題 0 分)

1. () 若 $a > 0$ ，則下列何者正確？ (A) $\frac{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}} = a^{\frac{3}{4}}$ (B) $\sqrt{\frac{a\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a}}} = a$
 (C) $(\frac{a}{\sqrt[3]{a^5}})^3 = a^{-2}$ (D) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^3\sqrt{a}}} = a^{\frac{5}{4}}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{a\sqrt{a}}}} = a^{\frac{3}{8}}$
2. () 設 x, y 皆為正數且 $x + y = 2$ ，試選出 $3^x + 3^y$ 的可能值。 (A) 14 (B) 12 (C) 10
 (D) 8 (E) 6
3. () 設 $y = 2^x$ 的圖形為 S ， $y = 3^x$ 的圖形為 T ，則 (A) S, T 兩圖形恰交於一點 (B) S 恆在 T 的下方 (C) S 恆在 T 的上方 (D) S, T 均為凹口向上 (E) S, T 與任一條水平線皆相交

三、填充題(共 0 分,每題 0 分)

- 若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，則 $\frac{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 2}{a^2 + a^{-2} + 3} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 姍姍將一百萬元存入銀行，年利率為 1.2% 的定期存款並以複利的方式計算。若一年複利計息一次，則一年後本利和為 P_1 ；半年複利計息一次，則一年後本利和為 P_2 ；四個月複利計息一次，則一年後本利和為 P_3 。那麼 P_1 、 P_2 及 P_3 的大小順序為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若 $-1 \leq x \leq 0$ ， $y = 2^{x+2} - 3 \cdot 4^x$ ，則 y 之最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- $4^x - 7 \cdot 2^{x+2} - 128 = 0$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 化簡下列各式：
 - $\frac{(a^{\frac{2}{3}}b^{-1})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{ab^5}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - $(\frac{1}{2})^{-1} - 4 \times (-2)^{-3} + (\frac{1}{4})^0 - 9^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - $\frac{a + a^{-1}}{a - a^{-1}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 將 $y = -2^{x+3} - 1$ 的圖形沿著 x 軸方向移動 -2 個單位， y 軸方向移動 5 個單位，新的圖形方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 試解： $(\frac{4}{9})^x \cdot (\frac{27}{8})^{x-1} = \frac{16}{81}$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 設兩曲線 $\Gamma_1: y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ 與 $\Gamma_2: y = \frac{a}{2^x + 2^{-x}}$ 相交於兩點 A 、 B ，且 $\overline{AB} = 1$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 附圖為 $A: y = a^x, B: y = b^x, C: y = c^x, D: y = d^x$ ，試比較： a 、 b 、 c 、 d 的大小為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



- $(4x^4 - 2^{\frac{3}{2}})(4x^4 + 2^{\frac{3}{2}}) - 16x^{\frac{1}{2}}(x - x^{\frac{1}{2}}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $a = 2^{\frac{3}{4}}, b = 3^{\frac{1}{2}}, c = 5^{\frac{1}{3}}$ ，試比較 a, b, c 之大小為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 不等式 $(\frac{1}{3})^{2x-1} - 25(\frac{1}{3})^x - 18 > 0$ 之解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、計算與證明題(共 0 分,每題 0 分)

- 若 $a > 0$ ，且 $a^x + a^{-x} = 5$ ，試求：
 - $a^{\frac{x}{2}} + a^{-\frac{x}{2}}$.
 - $a^{\frac{3x}{2}} + a^{-\frac{3x}{2}}$.

2. 試解： $\begin{cases} 2^x + 2^y = 40 \\ 2^{x+y} = 256 \end{cases}$ ，則序對 $(x, y) = ?$

3. 若 w, x, y, z 為異於 0 的實數，且 $(\frac{3}{4})^w = (\frac{5}{3})^x = (\frac{6}{5})^y = (\frac{3}{2})^z$ ，試證： $\frac{1}{w} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ 。

4. 若 $a > 0, a \neq 1$ ，將下列各式化簡為 a^x ，求 x 值。

(1) $\sqrt[3]{a^2}$. (2) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$. (3) $\sqrt[5]{\frac{1}{a^2}}$. (4) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}}$.

5. 若點 $P(x, y)$ 在直線 $L: x + 3y = 3$ 上移動，求 $2^x + 8^y$ 的最小值，及當時 x, y 之值。