

主題 1 樣本空間與事件

1. 試驗

可以在【相同條件】下【重複執行】，但不確定其結果的過程，稱為【試驗】。

例如投擲一顆骰子 1 次，觀察朝上那面的點數；又如，投擲一枚硬幣 2 次，觀察正面出現的次數。

2. 樣本空間

(1) 一項試驗中，【所有可能發生的結果】所構成之集合，稱為該試驗的【樣本空間】，常用【符號 S 表示】。

例如投擲一顆公正的骰子 1 次，觀察朝上那面的點數，其樣本空間為 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。

(2) 由於【觀察重點】的不同，同樣的過程可能得到不同的試驗結果，因此【對應不同的樣本空間】。

例如投擲一顆公正的骰子 1 次（過程），若觀察重點是【出現的點數】，則該試驗的樣本空間【 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 】；若觀察重點是出現的點數為【奇數或偶數】，則樣本空間【 $S = \{\text{奇數}, \text{偶數}\}$ 】。

(3) 樣本空間中的【每一個元素】，也就是每一個可能發生的結果，稱為一個【樣本點】。

3. 事件

(1) 樣本空間的任一【子集】，稱為一個【事件】。

(2) 只包含一個樣本點的事件稱為【基本事件】；樣本空間 S 本身也是一個事件，因為試驗的結果必定在 S 中，所以事件 S 必然發生，我們稱【 S 為必然事件】；而空集合 \emptyset 也是樣本空間的子集，所以它也是一個事件，但 \emptyset 不包含任何元素，因此試驗的結果一定不屬於 \emptyset ，所以 \emptyset 永遠不會發生，我們稱【 \emptyset 為不可能事件】。

例如投擲一顆公正的骰子 1 次，觀察朝上那面的點數，其樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， S 的子集 $A = \{1, 3, 5\}$ 稱為事件（比如說成「出現奇數點事件」）； $B = \{1\}$ 稱為基本事件； $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 稱為必然事件（比如說成「出現 1 點到 6 點的事件」）；空集合 \emptyset 稱為不可能事件（比如說成「出現 7 點的事件」）。

(3) 當試驗結果為某事件當中任一樣本點時，我們稱該事件【發生了】。

例如投擲一顆公正的骰子一次，觀察朝上那面的點數，令 A 表示出現奇數點的事件，則 $A = \{1, 3, 5\}$ 。若骰子出現 3 點，則稱事件 A 發生了，若骰子出現 4 點，則稱事件 A 沒發生

4. 複合事件與餘事件

設 A, B 為樣本空間 S 的子集，則：

- (1) $A \cup B$ 是 S 的子集，所以【 $A \cup B$ 】是一個事件，稱為【和事件】。
- (2) $A \cap B$ 是 S 的子集，所以【 $A \cap B$ 】是一個事件，稱為【積事件】。
- (3) 若【 $A \cap B = \emptyset$ 】，稱 A 和 B 為【互斥事件】，此時 A 和 B 【不可能同時發生】。
- (4) A 的【補集 A' 】稱為 A 的【餘事件】。

【範例 1】樣本空間

連續投擲一枚均勻的硬幣 2 次：

- (1) 若觀察哪一面朝上，則其樣本空間為何？
- (2) 若觀察朝上的那面出現正面的次數，則其樣本空間為何？

- (1) 以 (x, y) 代表擲硬幣 2 次的結果，其中 x, y 分別表示第 1 次及第 2 次的結果
∵ 每一次的結果可能是正面或反面
∴ 樣本空間 $S = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$
- (2) ∵ 出現正面的次數可能為 0 次、1 次或 2 次
∴ 樣本空間 $S = \{0, 1, 2\}$

【範例 2】事件

連續投擲一枚均勻的硬幣 3 次，試問：

- (1) 其樣本空間為何？
- (2) 至少出現 2 次反面的事件為何？

- (1) 樣本空間 $S = \{(\text{正}, \text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{正}, \text{反}), (\text{正}, \text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反}, \text{反})\}$
- (2) 2 次反面的事件 $A = \{(\text{正}, \text{反}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反}, \text{反})\}$

【範例 3】事件

連續投擲一顆骰子 2 次，試寫出至少出現 1 次 1 點的事件。

所求 = $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1)\}$

【範例 4】事件

若樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，試問：

- (1) 包含 1, 2, 3 這 3 個樣本點的事件有幾個？
- (2) 恰包含 3 個樣本點的事件有幾個？
- (3) 至少包含 3 個樣本點的事件有幾個？

- (1) 4, 5, 6 這 3 個樣本點都有被包含或不被包含 2 種情形
∴ 所求有 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 個

(2) 所求有 $C_3^6 = 20$ 個

(3) 所求有 $C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6 = 42$ 個

恰3個
樣本點

恰4個
樣本點

恰5個
樣本點

恰6個
樣本點

【範例 5】複合事件與餘事件

投擲一顆公正的骰子 1 次，觀察朝上那面的點數，設事件

$A = \{1, 3, 5\}$ 、事件 $B = \{2, 4, 6\}$ 、事件 $C = \{1, 4\}$ 、事件 $D = \{2, 5\}$ ，試求：

- (1) A 的餘事件。
- (2) A 與 C 的和事件。
- (3) A 與 C 的積事件。
- (4) C 與 D 是否為互斥事件？

樣本空間 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- (1) 所求 = $A' = \{2, 4, 6\}$
- (2) 所求 = $A \cup C = \{1, 3, 4, 5\}$
- (3) 所求 = $A \cap C = \{1\}$
- (4) $\because C \cap D = \emptyset$
 $\therefore C$ 與 D 為互斥事件

【範例 6】樣本空間與事件

同時投擲一顆公正的骰子及一枚均勻的硬幣 1 次，令事件 A 表示骰子點數大於 3 的事件，事件 B 表示硬幣出現正面的事件。

- (1) 試寫出此試驗的樣本空間。
- (2) 試寫出事件 A 與事件 B 。
- (3) 試寫出 A, B 的和事件與積事件。
- (4) 事件 A, B 是否為互斥事件？

- (1) 以 (x, y) 代表此試驗的結果，其中 x, y 分別表示骰子的點數及硬幣朝上的那一面
因此，樣本空間 $S = \{(1, 正), (1, 反), (2, 正), (2, 反), (3, 正), (3, 反), (4, 正), (4, 反), (5, 正), (5, 反), (6, 正), (6, 反)\}$
- (2) 所求事件 $A = \{(4, 正), (4, 反), (5, 正), (5, 反), (6, 正), (6, 反)\}$
事件 $B = \{(1, 正), (2, 正), (3, 正), (4, 正), (5, 正), (6, 正)\}$
- (3) A, B 的和事件 $A \cup B = \{(1, 正), (2, 正), (3, 正), (4, 正), (4, 反), (5, 正), (5, 反), (6, 正), (6, 反)\}$
 A, B 的積事件
 $A \cap B = \{(4, 正), (5, 正), (6, 正)\}$
- (4) 由(3)可知 $A \cap B \neq \emptyset$
 $\therefore A, B$ 不為互斥事件

主題 2 機率

1. 機率

假設一個試驗的樣本空間 S 之元素為有限個，且每個元素發生的機會均等，則

【事件 A 發生的機率】【 $P(A)$ 】，等於 A 中的元素個數除以 S 中的元素個數，

即【 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ 】。這個定義是由數學家拉普拉斯所提出的，又稱為

【拉普拉斯的古典機率】。

2. 機率的性質

設 S 為一試驗之樣本空間， A, B 為事件，則以下性質成立：

(1) $P(\emptyset) = 0$ ， $P(S) = 1$ 。

(2) $0 \leq P(A) \leq 1$ 。

(3) 若 $A \subseteq B$ ，則 $P(A) \leq P(B)$ 。

(4) $P(A') = 1 - P(A)$ 。

(5) 機率的取捨原理：

① $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 。

② $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$
 $- P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A)$
 $+ P(A \cap B \cap C)$

(6) ① 若 A, B 為互斥事件，則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

② 若 A, B, C 為互斥事件，

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ 。

【範例 1】機率的定義

投擲一枚均勻的硬幣 2 次，試求出現 1 次正面與 1 次反面的機率。

樣本空間

$$S = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$$

出現 1 次正面與 1 次反面的事件

$$A = \{(\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正})\}$$

$$\therefore \text{所求} = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

【範例 2】機率的定義

同時投擲兩枚均勻的硬幣 1 次，試問出現 1 正面與 1 反面的機率為何？

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

考慮樣本空間每一個樣本點出現的機會均等，必須將兩枚硬幣視為不同，因此，樣本空間

$$S = \{(\text{正}, \text{正}), (\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{反})\}$$

出現 1 正面與 1 反面的事件

$$A = \{(\text{正}, \text{反}), (\text{反}, \text{正})\}$$

$$\therefore \text{所求} = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

故選(C)

【範例 3】機率的定義

一個不透明的袋子裡有紅球 3 顆、綠球 2 顆，今隨機抽取 1 球，試問此球是紅球的機率為何？

$$(A) \frac{1}{5} \quad (B) \frac{1}{3} \quad (C) \frac{1}{2} \quad (D) \frac{3}{5}$$

考慮樣本空間每一個樣本點出現的機會均等，必須將 3 顆紅球視為不同，2 顆綠球視為不同因此，樣本空間

$$S = \{\text{紅} 1, \text{紅} 2, \text{紅} 3, \text{綠} 1, \text{綠} 2\}$$

抽出紅球的事件 $A = \{\text{紅} 1, \text{紅} 2, \text{紅} 3\}$

$$\therefore \text{所求} = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{5}$$

故選(D)

【範例 4】機率的定義

- (1) 投擲一顆公正的骰子 2 次，試求 2 次點數都大於 4 的機率。
(2) 同時投擲兩顆公正的骰子 1 次，試求兩顆骰子點數都大於 4 的機率。

(1) 令 S 表此試驗的樣本空間， A 表 2 次點數都大於 4 的事件
則 $n(S) = 6 \times 6 = 36$ 、

$$n(A) = \underbrace{2 \times 2}_{\substack{\text{2次都有5、6} \\ \text{這2種可能}}} = 4 \quad \therefore \text{所求} = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 兩顆骰子視為不同，令 S 表此試驗的樣本空間， A 表兩顆骰子點數都大於 4 的事件則 $n(S) = 6 \times 6 = 36$ 、

$$n(A) = \underbrace{2 \times 2}_{\substack{\text{兩顆骰子都有} \\ \text{5、6這2種可能}}} = 4 \quad \therefore \text{所求} = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

【範例 5】骰子問題

同時投擲兩顆公正的骰子 1 次，試求：

- (1) 所有可能出現的點數和之機率。
- (2) 至少有一顆出現 5 點的機率。
- (3) 點數和小於 7 的機率。

(1) 點數和最小為 2，最大為 12

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
機率	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(2) ① 恰一顆骰子為 5 點，有

$$(C_1^2 \times 1) \times 5 = 10 \text{ 種}$$

兩顆選一顆出現 5 點 另一顆剩下 5 種可能

② 兩顆骰子均為 5 點，有 1 種

$$\therefore \text{所求} = \frac{10+1}{36} = \frac{11}{36}$$

(3) 由(1)可得

$$\text{所求} = \frac{1+2+3+4+5}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

【範例 6】骰子問題

同時投擲三顆公正的骰子 1 次，試求：

- (1) 點數和為偶數的機率。
- (2) 點數積為偶數的機率。

(1) ① 二奇一偶 有 $(C_2^3 \times 3^2) \times 3 = 81$ 種

二奇 一偶

② 三偶 有 $3^3 = 27$ 種 $\therefore \text{所求} = \frac{81+27}{6^3} = \frac{108}{216} = \frac{1}{2}$

(2) 所求即至少有一顆骰子點數為偶數的機率

$$= 1 - P(\text{三顆骰子均為奇數})$$

$$= 1 - \frac{3^3}{6^3} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

【範例 7】骰子問題

同時投擲三顆公正的骰子 1 次，試求其點數和為 5 的倍數之機率。

① 點數和為 5

$$5 = 3+1+1 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種} \quad , \quad 5 = 2+2+1 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種}$$

② 點數和為 10

$$10 = 6 + 3 + 1 \rightarrow 3! = 6 \text{ 種} , \quad 10 = 6 + 2 + 2 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種}$$

$$10 = 5 + 4 + 1 \rightarrow 3! = 6 \text{ 種} , \quad 10 = 5 + 3 + 2 \rightarrow 3! = 6$$

$$10 = 4 + 4 + 2 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種} , \quad 10 = 4 + 3 + 3 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種}$$

③ 點數和為 15

$$15 = 6 + 6 + 3 \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \text{ 種} , \quad 15 = 6 + 5 + 4 \rightarrow 3! = 6$$

$$15 = 5 + 5 + 5 \rightarrow \frac{3!}{3!} = 1 \text{ 種} ,$$

$$\therefore \text{所求} = \frac{3+3+6+3+6+6+3+3+3+6+1}{6^3} = \frac{43}{216}$$

【範例 8】取球問題

在袋子中有 5 個紅球、10 個綠球，若每球被取出的機會均等，試求：

- (1) 同時取出 2 球，2 球均為紅球的機率。
- (2) 一次取 1 球，取後不放回，連續取 2 球均為紅球的機率。
- (3) 一次取 1 球，取後放回，連續取 2 球均為紅球的機率。

(1) 將 5 顆紅球視為不同，10 顆綠球視為不同

$$\therefore \text{所求} = \frac{C_2^5}{C_2^{15}} = \frac{2}{21}$$

$$(2) \text{ 所求} = \frac{\overset{\text{第一次}}{\text{為紅球}} \times \overset{\text{第二次}}{\text{為紅球}}}{\underset{\text{第一次}}{15} \times \underset{\text{第二次}}{14}} = \frac{2}{21} \quad (3) \text{ 所求} = \frac{\overset{\text{第一次}}{\text{為紅球}} \times \overset{\text{第二次}}{\text{為紅球}}}{\underset{\text{第一次}}{15} \times \underset{\text{第二次}}{15}} = \frac{1}{9}$$

【範例 9】取球問題

在袋子中有 4 個白球、6 個黑球，若每球被取出的機會均等，試求：

- (1) 同時取出 2 球，2 球同色的機率。
- (2) 一次取 1 球，取後不放回，連續取 2 球均為黑球的機率。
- (3) 一次取 1 球，取後放回，連續取 2 球不同色的機率。

(1) 將 4 顆白球視為不同，6 顆黑球視為不同

$$\therefore \text{所求} = \frac{\overset{2\text{白}}{C_2^4} + \overset{2\text{黑}}{C_2^6}}{C_2^{10}} = \frac{7}{15} \quad (2) \text{ 所求} = \frac{\overset{\text{第一次}}{\text{為黑球}} \times \overset{\text{第二次}}{\text{為黑球}}}{\underset{\text{第一次}}{10} \times \underset{\text{第二次}}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$(3) \text{ 所求} = \frac{\overset{\text{第一次}}{\text{為白球}} \times \overset{\text{第二次}}{\text{為黑球}} + \overset{\text{第一次}}{\text{為黑球}} \times \overset{\text{第二次}}{\text{為白球}}}{\underset{\text{第一次}}{10} \times \underset{\text{第二次}}{10}} = \frac{12}{25}$$

【範例 10】撲克牌問題

一副 52 張的撲克牌有 4 種花色：黑桃、紅心、方塊和梅花，每種花色都各有 13 張牌：A, 2, 3, 4, …, 10, J, Q, K。今從中抽取數張，設每張牌被抽到的機會均等，試求：

- (1) 抽 2 張，2 張同為梅花的機率。
- (2) 抽 3 張，3 張同花色的機率。
- (3) 抽 3 張，3 張至少有 1 張黑桃的機率。
- (4) 抽 2 張，2 張花色相異的機率。
- (5) 抽 3 張，3 張中至少有 1 張黑桃、1 張梅花的機率。

$$(1) \text{ 所求} = \frac{C_2^{13}}{C_2^{52}} = \frac{1}{17}$$

$$(2) \text{ 所求} = \frac{\overset{\substack{4 \text{ 種花色選 1 種} \\ C_1^4}}{\times} \overset{\substack{\text{在該花色的 13 張中選 3 張} \\ C_3^{13}}}{C_3^{52}}}{C_3^{52}} = \frac{22}{425}$$

$$(3) \text{ 所求} = 1 - P(3 \text{ 張都不是黑桃}) \\ = 1 - \frac{C_3^{39}}{C_3^{52}} = \frac{997}{1700}$$

$$(4) \text{ 所求} = \frac{\overset{\substack{4 \text{ 種花色} \\ \text{選 2 種}}}{C_2^4} \times \overset{\substack{\text{在此 2 種花色的} \\ \text{13 張中各選 1 張}}}{(C_1^{13} \times C_1^{13})}}{C_2^{52}} = \frac{13}{17}$$

$$(5) \text{ 所求} = \frac{\overset{\substack{1 \text{ 黑 1 梅 1 其他}}}{C_1^{13} \times C_1^{13} \times C_1^{26}} + \overset{\substack{2 \text{ 黑 1 梅}}}{C_2^{13} \times C_1^{13}} + \overset{\substack{1 \text{ 黑 2 梅}}}{C_1^{13} \times C_2^{13}}}{C_3^{52}} \\ = \frac{247}{850}$$

【範例 11】撲克牌問題

有人拿撲克牌來玩發 5 張牌的遊戲，以牌面的「大」、「小」決定勝負，越不容易拿到（拿到的機率越小）的牌就越「大」。假設現在從一副洗好的牌中發出 5 張，試求：

- (1) 發出「兩對」的機率。（點數形如 2255A，2 種不同點數各 2 張，餘 1 張點數與前 2 種點數均不同）
- (2) 發出「三條」的機率。（點數形如 2225A，3 張點數相同，餘 2 張點數與前點數均不同）
- (3) 試問(1)與(2)的兩種牌型，哪一種較「大」？

$$(1) \text{ 所求} = \frac{\overset{\substack{\text{從 13 種點數中選 2 種點數} \\ \text{再從這 2 種點數的 4 張中各} \\ \text{取 2 張}}}{C_2^{13} \times C_2^4 \times C_2^4} \times \frac{\overset{\substack{\text{從剩下 11 種點數中選 1 種} \\ \text{再從此種點數的 4 張中取 1 張}}}{C_1^{11} \times C_1^4}}{C_5^{52}} = \frac{198}{4165}$$

$$(2) \text{ 所求} = \frac{\overbrace{C_1^{13} \times C_3^4}^{\substack{\text{從13種點數中選1種點數} \\ \text{再從此種點數的4張中取3張}}} \times \overbrace{C_2^{12} \times C_1^4 \times C_1^4}^{\substack{\text{從剩下12種點數中選2種} \\ \text{再從這2種點數的4張中各} \\ \text{取1張}}} }{C_5^{52}}$$

$$= \frac{88}{4165}$$

$$(3) \text{ 由(1), (2)} \quad \therefore \frac{198}{4165} > \frac{88}{4165}$$

\therefore 「三條」的牌型較大

【範例 12】機率的性質

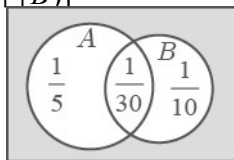
假設一個 50 歲的人罹患高血壓的機率是 $\frac{1}{5}$ ，罹患糖尿病的機率是 $\frac{1}{10}$ ，兩種都罹患的機率是 $\frac{1}{30}$ 。試求一個 50 歲的人，這兩種病都沒有的機率。

令 A, B 分別表示一個 50 歲的人罹患高血壓與糖尿病的事件
則所求 $= P(A' \cap B') = P((A \cup B)')$

$$= 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{30} \right]$$

$$= \frac{11}{15}$$



【範例 13】機率的性質

設 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$ 、 $P(A \cap B) = P(B \cap C) = 0$ 、

$P(A \cap C) = \frac{1}{8}$ ，試求 A, B, C 三事件中，至少有一事件發生的機率。

$$\therefore P(A \cap B \cap C) \leq P(A \cap B) = 0, \therefore P(A \cap B \cap C) = 0$$

$$\text{所求} = P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

【範例 14】機率的性質

根據調查，在某一社區的住戶中，訂閱甲報的住戶佔全體住戶的 $\frac{3}{5}$ ，訂閱乙報的佔 $\frac{9}{25}$ ，訂閱丙報的佔 $\frac{8}{25}$ ，同時訂閱甲、乙兩報的佔 $\frac{3}{10}$ ，同時訂閱乙、丙兩報的佔 $\frac{1}{10}$ ，同時訂閱甲、丙兩報的佔 $\frac{3}{25}$ ，至少訂閱甲、乙、丙三報之一的佔 $\frac{21}{25}$ ，試求甲、乙、丙三報都訂以及三報都不訂的機率。

令 A, B, C 分別代表訂閱甲、乙、丙三報的事件，則三報都不訂的機率為

$$P(A' \cap B' \cap C')$$

$$= 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - \frac{21}{25} = \frac{4}{25}$$

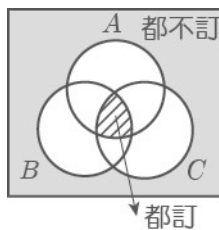
$$\text{又 } \frac{21}{25} = P(A \cup B \cup C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C)$$

$$- P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{9}{25} + \frac{8}{25} - \frac{3}{10} - \frac{1}{10} - \frac{3}{25} + P(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore \text{三報都訂的機率為 } P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{25}$$



【範例 15】取球問題

- (1) 不透明的袋子中裝有紅球 3 顆、白球 7 顆，從袋中每次取 1 顆球，取後不放回，試求白球先全部取完的機率。
- (2) 不透明的袋子中裝有紅球 3 顆、白球 7 顆、藍球 4 顆，從袋中每次取 1 顆球，取後不放回，試求白球先全部取完的機率。

$$(1) \text{ 所求可視為 } 10 \text{ 顆球全部排成一列，最後一個排紅球的機率} = \frac{\overset{\text{前 9 個有}}{7 \text{ 白球 } 2 \text{ 紅球}}}{9!} \frac{7!2!}{10!} = \frac{3}{10}$$

$$(2) \text{ 所求} = 1 - P(\text{紅球或藍球比白球先取完})$$

$$= 1 - [P(\text{紅球比白球先取完}) + P(\text{藍球比白球先取完})$$

$$- P(\text{紅球、藍球均比白球先取完})]$$

$$= 1 - \frac{7}{3+7} - \frac{7}{7+4} + \frac{7}{3+7+4} = \frac{9}{55}$$