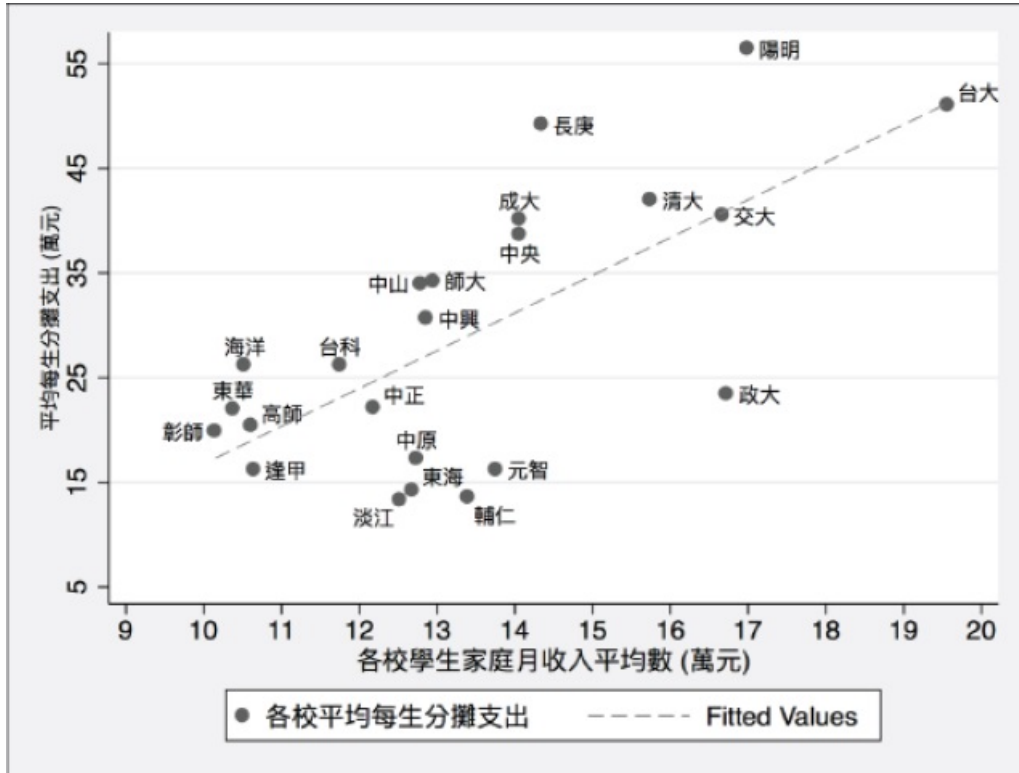


高一下 數學科 第二次段考複習卷_C

一、單選題：

- () 1. 附圖是臺大經濟系林明仁教授所做的各校學生家庭月收入平均數 (x 單位:萬元) 與該校平均每位學生分攤支出 (y 單位:萬元) 的 xy 散布圖, 虛線代表 y 對 x 的迴歸直線。若 $\sigma_x=3, \sigma_y=15$ (單位:萬元) 下列哪一個選項最可能是 xy 散布圖的相關係數?



- (A) -0.4 (B) 0.2 (C) 0.5 (D) 0.7 (E) 0.9

答案：(D)

解析：平移迴歸直線大約通過 $(12, 25), (15, 15)$,

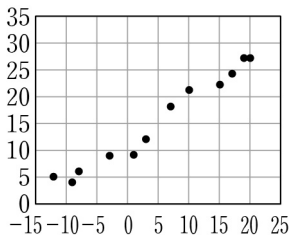
$$\text{斜率} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = r \cdot \frac{15}{3} = 5r,$$

$$\text{又斜率} = \frac{35-25}{15-12} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 5r = \frac{10}{3} \Rightarrow r = \frac{2}{3} \approx 0.7$$

選(D)。

- () 2. 附圖是某城市在 2016 年的各月最低溫 (橫軸 x) 與最高溫 (縱軸 y) 的散佈圖。今以溫差 (最高溫減最低溫) 為橫軸且最高溫為縱軸重新繪製一散佈圖。試依此選出正確的選項。



- (A) 最高溫與溫差為正相關, 且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強 (B) 最高溫與溫差為正相關, 且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱 (C) 最高溫與溫差為負相關, 且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強 (D) 最高溫與溫差為負相關, 且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱 (E) 最高溫與溫差為零相關

答案：(D)

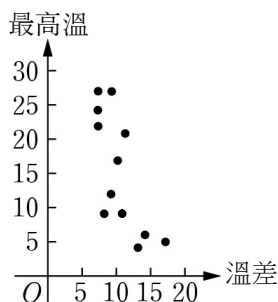
最高溫	5	4	6	9	9	12	17	21	22	24	27	27
最低溫	-12	-9	-8	-3	1	3	7	10	15	17	18	20
溫差	17	13	14	12	8	9	10	11	7	7	9	7

解析：

作散佈圖如附：

由圖可看出最高溫與溫差有負相關趨勢，且落在某一直線兩側的關係不如原圖明顯

∴ 相關性變弱，故選(D)



- () 3. 據一百多年來的氣象紀錄，美國費城年雨量平均值為 41.0 英吋，標準差為 6.1 英吋，今欲將此項統計資料的單位由英制換為公制，請問該城市一百多年來年雨量的標準差最接近下列哪一個選項？(註：1 英吋等於 25.4 毫米。)
- (A) 1041 毫米 (B) 155 毫米 (C) 6.10 毫米 (D) 1.61 毫米 (E) 0.240 毫米

答案：(B)

解析： $Y = aX + b \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{X} + b, S_Y = |a| \cdot S_X$

標準差 6.1 英吋 = 6.1×25.4 毫米 = 154.94 毫米 \approx 155 毫米

∴ 選(B)

- () 4. 已知以下各選項資料的迴歸直線 (最適合直線) 皆相同且皆為負相關，請選出相關係數最小的選項。

- (A) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 2 & 3 & 5 \\ \hline y & 1 & 13 & 1 \end{array}$ (B) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 2 & 3 & 5 \\ \hline y & 3 & 10 & 2 \end{array}$ (C) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 2 & 3 & 5 \\ \hline y & 5 & 7 & 3 \end{array}$
- (D) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 2 & 3 & 5 \\ \hline y & 9 & 1 & 5 \end{array}$ (E) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 2 & 3 & 5 \\ \hline y & 7 & 4 & 4 \end{array}$

答案：(E)

解析：迴歸線 $y = a + bx, b = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$

∵ b 相同但為負數， σ_x 相同 ∴ r 欲最小 (負得愈多)，則 σ_y 應找最小而 $\mu_y = 5$ ，

$$(A) \text{中之 } \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{3} [(-4)^2 + 8^2 + (-4)^2]} = \sqrt{32},$$

$$(B) \text{中之 } \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{3} [(-2)^2 + 5^2 + (-3)^2]} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 38},$$

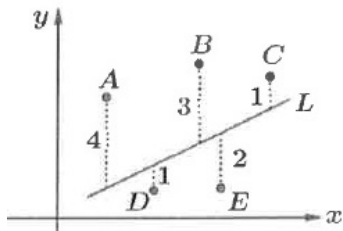
$$(C) \text{中之 } \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{3} [0^2 + 2^2 + (-2)^2]} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 8},$$

$$(D) \text{中之 } \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{3} [4^2 + (-4)^2 + 0^2]} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 32},$$

$$(E) \text{中之 } \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{3} [2^2 + (-1)^2 + (-1)^2]} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 6} = \sqrt{2},$$

得 σ_y 最小者為 $\sqrt{2}$ ，故選(E)

- () 5. A, B, C, D, E 為坐標平面上的 5 個點，已知這 5 點的 y 坐標對 x 坐標的迴歸直線恰與直線 L 平行，若 A, B, C 在直線 L 的上半平面， D, E 在直線 L 的下半平面，且這 5 點到直線 L 的鉛垂線段長度分別為 4, 3, 1, 1, 2，則這 5 點哪些點會落在迴歸直線上？



(A)A 點 (B)B 點 (C)C 點 (D)D 點 (E)E 點

答案：(C)

解析：將直線 L 沿 y 軸向上移 k 單位

$$\begin{aligned} \text{差量的平方和} &= (4-k)^2 + (3-k)^2 + (1-k)^2 + (1+k)^2 + (2+k)^2 = 5k^2 - 10k + 31 \\ &= 5(k-1)^2 + 26 \end{aligned}$$

當 $k=1$ 時，差量的平方和最小 \Rightarrow 迴歸直線過點 C ，選(C)

二、多重選擇題：

- () 1. 有 20 筆數據 (x_i, y_i) ， $i=1, 2, \dots, 20$ ，其變量 x 與 y 的平均數分別為 $\mu_x=6, \mu_y=5$ ，相關係數為 -0.8 ，且 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(2, 7)$ 。若變量 p 與 q 滿足 $p=x-3, q=-2y+1$ ，則下列那些選項是正確的？
 (A) y 對 x 的迴歸直線的斜率為 -0.5 (B) x 的標準差小於 y 的標準差 (C) p 的標準差小於 q 的標準差 (D) p 與 q 的相關係數為 -0.8 (E) q 對 p 的迴歸直線方程式為 $q=p-18$

答案：(A)(C)

解析： y 對 x 的迴歸直線 $L: y-5 = (-0.8) \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot (x-6)$

過點 $(2, 7) \Rightarrow \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{5}{8}$ ，得 $L: y-5 = (-\frac{1}{2})(x-6) \cdots (*)$

$$p=x-3, q=2y+1 \Rightarrow \sigma_p = \sigma_x, \sigma_q = 2 \cdot \sigma_y \Rightarrow \frac{\sigma_q}{\sigma_p} = \frac{2 \cdot \sigma_y}{\sigma_x} = \frac{5}{4},$$

$$\text{由} (*) \text{, } \frac{1-q}{2} - 5 = (-\frac{1}{2}) [(p+3)-6] \Rightarrow q = p - 12,$$

$$\text{設 } p, q \text{ 的相關係數為 } r \text{, 得 } r \cdot \frac{\sigma_q}{\sigma_p} = 1 \Rightarrow r = \frac{4}{5} = 0.8$$

\therefore 選(A)(C)

- () 2. 附表是 2011 年至 2018 年某國總就業人口與農業就業人口的部分相關數據，各年度的人口以人數計，有些是以千人計，有些以萬人計，例如 2011 年總就業人口為 1,070.9 萬人，65 歲以上男性農業就業人口為 69.1 千人。試根據表格資料選出正確的選項。

年別	就業人口			男性農業就業人口按年齡別分			
	總就業人口 (萬人)	農業就業人口 (萬人)	男性農業 就業人口 (千人)	39歲以下 (千人)	40-49歲 (千人)	50-64歲 (千人)	65歲以上 (千人)
2011年	1,070.9	54.2	386.3	67.6	85.4	164.2	69.1
2012年	1,086.0	54.4	394.9	67.5	87.0	169.5	70.9
2013年	1,096.7	54.4	391.5	66.6	83.9	171.3	69.7
2014年	1,107.9	54.8	391.2	65.8	79.8	173.0	72.6
2015年	1,119.8	55.5	403.1	71.7	76.9	181.3	73.2
2016年	1,126.7	55.7	404.5	77.4	77.4	176.4	73.3
2017年	1,135.2	55.7	405.1	73.9	78.1	178.3	74.8
2018年	1,143.4	56.1	415.1	72.0	78.8	184.9	79.4

(A)從 2013 年至 2018 年，65 歲以上的男性農業就業人口逐年遞增 (B)從 2013 年至 2018 年，50 歲至 64 歲之男性農業就業人口逐年遞增 (C)附表中，每一年的男性農業就業人口占總就業人口的比率都小於百分之五 (D)附表中，每一年 50 歲至 64 歲之男性農業就業人口都少於 49 歲以下之男性農業就業人口 (E)就 65 歲以上之男性農業就業人口而言，2018 年比 2011 年增加了不到一萬人

答案：(A)(C)

解析：(A) ○：69.7, 72.6, 73.2, 73.3, 74.8, 79.4 逐年遞增。

(B) ×：171.3, 173.0, 181.3, 176.4, 178.3, 184.9 沒有逐年遞增。

(C) ○：∵ 總就業人口皆超過 1000 萬人，而男性農業就業人口皆小於 50 萬人
∴ 比率皆不足百分之五

(D) ×：2011 年 49 歲以下男性農業就業人口有 $67.6 + 85.4 = 153$ (千人)，
而 $153 < 164.2$ 。

(E) ×： $79.4 - 69.1 = 10.3$ (千人) = 10300 人 > 10000 人。

故選(A)(C)。

()3. 下列敘述哪些正確？

(A)若發現兩變數 x 與 y 散布圖上，所有的數據皆在同一直線上，則相關係數 $r=1$ 或 -1
(B)若兩變數 x 與 y 的相關係數為 r 則 $-1 \leq r \leq 1$ (C)統計上變數 x 與 y 若有很強的直線關聯時，即代表 x 與 y 有因果關係 (D)欲知高一某班上同學們的身高 (x) 和體重 (y) 的直線相關性，若分別使用公分和公斤當身高和體重的單位與使用公尺和公克當身高和體重的單位所得的相關係數分別為 r_1 和 r_2 ，則 $r_1 = r_2$ (E)欲知高一某班上同學們的身高 (x) 和體重 (y) 的直線相關性，若分別使用公分和公斤當身高和體重的單位與使用公尺和公克當身高和體重的單位所得的迴歸直線斜率分別為 m_1 和 m_2 ，則 $m_1 = m_2$

答案：(B)(D)

解析：(A) ×：散布點呈水平線或鉛直線 \Rightarrow 相關係數 $r=0$ 。

(B) ○。

(C) ×：不一定。

(D) ○。

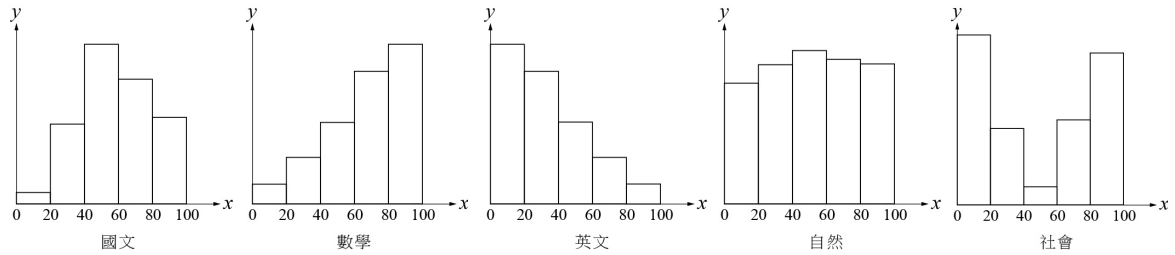
(E) ×：設 x' (公尺) = $0.01x$ (公分)， y' (公克) = $1000y$ (公斤)，且 x' , x , y' , y 的標準差分別為 $\sigma_{x'}$, σ_x , $\sigma_{y'}$, σ_y

∴ 相關係數 r 不變

$$\Rightarrow m_2 = r \cdot \frac{\sigma_{y'}}{\sigma_{x'}} = r \cdot \frac{1000\sigma_y}{0.01\sigma_x} = 10^5 \cdot r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 10^5 m_1, \text{ 即 } m_1 \neq m_2.$$

故選(B)(D)。

() 4. 下列五個圖形，是本年度本校高三學生參加學測各科成績的次數分配表的直方圖，其縱坐標表示人數，橫坐標表示成績，則下列敘述哪些正確？



(A)算術平均數：國文 > 數學 (B)標準差：英文 = 數學 (C)中位數：數學 > 社會 (D)眾數：英文 > 自然

答案：(B)(C)

解析：(A) 國文平均較接近於 60，數學平均較接近 80，故國文 < 數學。

(B) 正確。

(C) 數學的中位數介於 60~80 分，社會的中位數介於 20~40 分。

(D) 英文眾數介於 0~20 分，自然眾數介於 40~60 分。

故選(B)(C)。

() 5. 氣溫隨高度不同而改變，為了研究高度對氣溫的影響，經過實地測量得到的資料如下： $(1, 14)$ ， $(1.5, 11)$ ， $(2, 7.5)$ ， $(2.5, 4)$ ， $(3, 1.5)$ ，其中測量單位分別為公里和攝氏溫度。將此筆資料的相關係數記為 r ，以最小平方法決定直線斜率記為 m 。現將單位轉換為哩（一公里約等於 0.6215 哩）及華氏溫度（攝氏 x 度等於華氏 $\frac{9}{5}x + 32$ 度），若單位換算後資料的相關係數記為 R ，以最小平方法決定的直線斜率記為 M ，下列關係有哪些是正確的？

(A) $rm > 0$ (B) $r > 0$ (C) $r = R$ (D) $M > 0$ (E) $m = M$

答案：(A)(C)

解析：(A) $\because r$ 與 m 同號 $\therefore r \cdot m > 0$

(B) 溫度隨高度增加而降低，故 $r < 0$

(C) $\because 1 \text{ 公里} = 0.6215 \text{ 哩}$

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$r = R \quad (\because 0.6215 > 0, \frac{9}{5} > 0)$$

(D) $M < 0$ (與(B)同)

(E) m 與 M 不能確定

三、填充題：

1. 一組二維數據 (x_i, y_i) 的相關係數是 0.8 且 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 2x + 5$ ，已知變數 x 的平均數為 6，標準差為 5，則變數 y 之平均數為_____，標準差為_____。

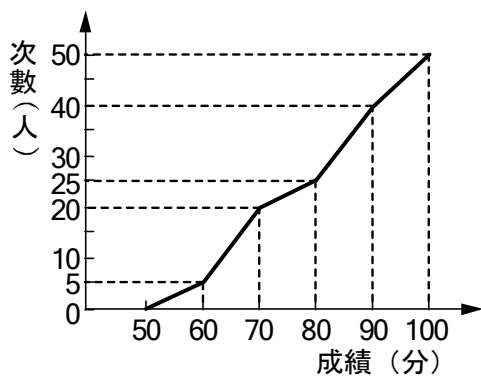
答案：17，12.5

解析：設變數 y 之平均數 μ_y ，標準差 σ_y ，

① $\mu_y = 2 \times 6 + 5 = 17$ 。

② 斜率 $2 = 0.8 \cdot \frac{\sigma_y}{5} \Rightarrow \sigma_y = 12.5$ 。

2. 某班段考數學成績之累積次數分配曲線圖如附圖，試問：



- (1) 及格者有_____人。
 (2) 低於 70 分者有_____人。
 (3) 算術平均數_____。

答案：(1) 45；(2) 20；(3) 77

解析：(1) 及格人數 = $50 - 5 = 45$ (人)

(2) 低於 70 分有 20 人

(3)

分數	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
組中點	55	65	75	85	95
人數	5	15	5	15	10

$$\mu = \frac{55 \cdot 5 + 65 \cdot 15 + 75 \cdot 5 + 85 \cdot 15 + 95 \cdot 10}{50} = \frac{3850}{50} = 77$$

3. 設某班甲、乙兩組學生成績如下：

甲組有 10 人，平均成績為 80 分，標準差 14；

乙組有 20 人，平均成績為 65 分，標準差 11。

則此班 30 人之平均成績為_____分，標準差為_____分。

答案：70，14

解析：平均成績 = $\frac{10 \times 80 + 20 \times 65}{10 + 20} = 70$ (分)，

設甲組 x_i ，乙組 y_j ，則

$$\frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - 10 \times 80^2}{10} = 14^2$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 65960；$$

$$\frac{(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2) - 20 \times 65^2}{20} = 11^2$$

$$\Rightarrow y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2 = 86920，$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) + (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{20}^2) - 30 \times 70^2}{30} \\ &= \frac{5880}{30} = 196 \Rightarrow \sigma = \sqrt{196} = 14。 \end{aligned}$$

4. 試求 2, 10, 10, 14, 4, 8 的標準差 $\sigma =$ _____。

答案：4

解析： $\mu = \frac{2 + 10 + 10 + 14 + 4 + 8}{6} = 8$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{(2-8)^2 + (10-8)^2 + (10-8)^2 + (14-8)^2 + (4-8)^2 + (8-8)^2}{6}} = \sqrt{\frac{96}{6}} = 4$$

5. 設有 4 個二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ ，其統計資料為： $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ ， $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 8$ ， $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 44$ ， $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = 18$ 。如果小花求 y 對 x 的迴歸直線方程式時，不慎將斜率公式誤植為

$$\frac{(x_1 + \mu_x)(y_1 + \mu_y) + (x_2 + \mu_x)(y_2 + \mu_y) + (x_3 + \mu_x)(y_3 + \mu_y) + (x_4 + \mu_x)(y_4 + \mu_y)}{(y_1 + \mu_y)^2 + (y_2 + \mu_y)^2 + (y_3 + \mu_y)^2 + (y_4 + \mu_y)^2}$$
，其中 μ_x, μ_y 分別

為 x, y 的算術平均數，求得斜率為 $\frac{47}{33}$ ，其餘計算沒有錯誤，則正確的迴歸直線方程式應為_____。(化至最簡分數)

(參考說明： y 對 x 的迴歸直線方程式：

$$y - \mu_y = \frac{(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \cdots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)}{(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \cdots + (x_n - \mu_x)^2} (x - \mu_x)$$

答案： $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$

解析： $\mu_x = 3, \mu_y = 2$ ，

$$\frac{47}{33} = \frac{(x_1 y_1 + \cdots + x_4 y_4) + 12 \times 2 + 8 \times 3 + 4 \times 3 \times 2}{(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2) + 2 \times 2 \times 8 + 4 \times 2^2} = \frac{(x_1 y_1 + \cdots + x_4 y_4) + 72}{66}$$

$$\therefore x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 = 22$$

$$\text{正確的斜率} = \frac{(x_1 y_1 + \cdots + x_4 y_4) - 4 \times 3 \times 2}{(x_1^2 + \cdots + x_4^2) - 4 \times 3^2} = \frac{22 - 24}{44 - 36} = -\frac{1}{4}$$
，

$$\text{正確的迴歸直線：} y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$
。

6. 設四筆資料 (x_i, y_i) 為 $(3, 1), (5, 3), (3, 2), (1, t)$ ，若其 y 對 x 的迴歸直線為

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$
，則 $t =$ _____。

答案：2

解析：將 $\mu_x = \frac{3+5+3+1}{4} = 3$ ， $\mu_y = \frac{1+3+2+t}{4} = \frac{6+t}{4}$ ，代入 $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ ，

$$\text{得 } \frac{6+t}{4} = \frac{1}{4} \times 3 + \frac{5}{4}$$

$$\therefore t = 2$$

7. 已知抽樣數值資料 x 的算術平均數 $\mu_x = 10$ ，標準差 $\sigma_x = 3$ ，將 x 中的每一筆資料乘以 (-4) 之後再加上 3，得到對應的新資料 y ，則對新資料 y 而言

(1) 算術平均數 $\mu_y =$ _____。

(2) 標準差 $\sigma_y =$ _____。

答案：(1) -37；(2) 12

解析： $y_i = (-4)x_i + 3$

$$(1) \mu_y = (-4)\mu_x + 3 = -40 + 3 = -37$$

$$(2) \sigma_y = |-4| \sigma_x = 4 \times 3 = 12$$

8. 有一組數據如下：

34, 45, 54, 58, 66, 68, 70, 70, 72, 76, 77, 82，

求中位數 = _____。

答案：69

解析：中位數 Me 是排序第 6 個與第 7 個數據的平均數，即 $Me = \frac{1}{2}(68 + 70) = 69$ 。

9. 今有 10 位同學的身高分別為 171, 171, 172, 173, 175, 175, 177, 178, 179, 179，試求：

- (1) 算術平均數 = _____。
 (2) 中位數 = _____。
 (3) 標準差 = _____。

答案：(1) 175；(2) 175；(3) 3

解析：(1) $\mu = \frac{1}{10}(171+171+172+173+175+175+177+178+179+179)$
 $= 175 + \frac{1}{10}(-4-4-3-2+0+0+2+3+4+4) = 175。$

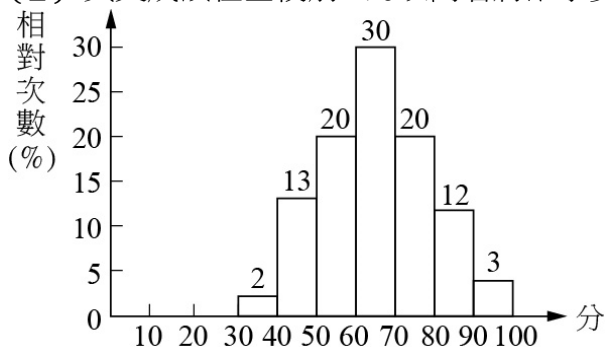
(2) 由小而大，中位數是第 5 個數 175 與第 6 個數 175 的平均值，亦即 175。

(3) $\sigma = \sqrt{\frac{1}{10}[(-4)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0+0+2^2+3^2+4^2+4^2]} = \sqrt{\frac{1}{10} \times 90} = 3。$

10. 如附圖為某校 1000 名學生第二次月考英文成績的相對次數直方圖，試問：

(1) 60 分以上的學生有 _____ 人。

(2) 英文成績在全校前 6% 以內者將給予獎狀，則得獎者至少 _____ 分。



答案：(1) 650；(2) 87.5

解析：(1) 相對次數 = $\frac{30+20+12+3}{100} = \frac{65}{100}$ ，

故 60 分以上的學生有 $1000 \times \frac{65}{100} = 650$ (人)。

(2) $6\% = 3\% + 3\%$ ，故得獎者至少須 $90 - \frac{3}{12} \times (90 - 80) = 87.5$ (分)。

11. 某位學生第一次段考數學成績是 57 分，國文成績是 81 分。全班第一次段考數學平均分數是 43 分，標準差是 7 分；國文成績平均分數是 73 分，標準差是 5 分，則這位學生數學與國文哪一科表現較好？

答：_____ 科。

答案：數學

解析：數學成績標準化為 $\frac{57-43}{7} = 2$ ，

國文成績標準化為 $\frac{81-73}{5} = 1.6$

∴ 數學科表現較好

12. 在某十字路口設置一個偵測器，偵測交通流量 (x : 每分鐘通過機車車輛數) 與空氣中灰塵粒子濃度 (y) 的數據如附表：

(1) 求 y 對 x 的最適直線方程式為 _____。

(2) 當有 20 輛機車通過時，空氣中灰塵粒子濃度的預測值為 _____。

x	15	18	24	27	33	27
y	10	16	16	24	28	26

答案：(1) $y = -4 + x$ ；(2) 16

解析： $\mu_x = \frac{144}{6} = 24$ ， $\mu_y = \frac{120}{6} = 20$ ，

x	y	$x_i - \mu_x$	$y_i - \mu_y$	$(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$	$(x_i - \mu_x)^2$
15	10	-9	-10	90	81
18	16	-6	-4	24	36
24	16	0	-4	0	0
27	24	3	4	12	9
33	28	9	8	72	81
27	26	3	6	18	9
合計	144	120		216	216

(1) $a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{216}{216} = 1$ ， $b = \mu_y - a\mu_x = 20 - 24 = -4$ ，

故 y 對 x 的最適直線方程式是 $y = x - 4$ 。

(2) 將 $x = 20$ 代入 $y = -4 + x$ ，得 $y = -4 + 20 = 16$ 。