高一下 數學科　第二次段考複習卷_A

一、單選題：

(　　)1. 有 n 個數值資料 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 的全距為 60，算術平均數為 50，中位數為 55，標準差為 5，則數值資料 $-2x_1+3, -2x_2+3, -2x_3+3, \cdots, -2x_n+3$ 之
(A)全距為 -120　(B)算術平均數為 -97　(C)中位數為 -110　(D)標準差為 -10

答案：(B)

解析：(A) ×：全距為 $|-2|\times 60=120$。

(B) ○：算術平均數為 $(-2)\times 50+3=-97$。

(C) ×：中位數為 $(-2)\times 55+3=-107$。

(D) ×：標準差為 $|-2|\times 5=10$。

故選(B)。

(　　)2. 某班 15 位同學某次小考的數學平均為 50 分，標準差為 20 分。數學老師決定每位同學增加 20 分，但其中兩位同學的原始分數為 90 分及 100 分，調整後皆以 100 分計算，而其餘同學調整後都未超過 100 分，則調整後的標準差 σ 滿足下列哪一個選項？
(A) $15<\sigma\le 16$　(B) $16<\sigma\le 17$　(C) $17<\sigma\le 18$　(D) $18<\sigma\le 19$　(E) $19<\sigma\le 20$

答案：(A)

解析：$(50+20)\times 15-(10+20)=1020$，

調整後的平均分數為 $1020\div 15=68$ (分)，

$20^2=\dfrac{1}{15}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{15}^2)-50^2$

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{15}^2=43500$，

$(x_1+20)^2+(x_2+20)^2+\cdots+(x_{15}+20)^2$

$=(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{15}^2)+40(x_1+x_2+\cdots+x_{15})+(20^2+20^2+\cdots+20^2)$

$=43500+40\times(50\times 15)+15\times 20^2=79500$，

又 $(90+20)^2+(100+20)^2-100^2\times 2=6500$，

而 $79500-6500=73000$，

所以調整後的標準差 $\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{15}\times 73000-68^2}\approx\sqrt{243}$，

故 $15<\sigma\le 16$，故選(A)。

(　　)3. 有 10 人成績為 50 , 60 , 67 , 62 , 66 , 57 , 58 , 59 , 64 , 70，則中位數為何？
(A)59　(B)60　(C)61　(D)62　(E)64

答案：(C)

解析：成績由小到大排列為 50 , 57 , 58 , 59 , 60 , 62 , 64 , 66 , 67 , 70

$\therefore$ 中位數為 $\dfrac{60+62}{2}=61$

$\therefore$ 選(C)

(　　)4. 已知二維數據 (x, y) 資料如附，其相關係數最接近下列哪一個選項？

x	1	2	3
y	4	4	7

(A) -1　(B) -0.5　(C)0　(D)0.5　(E)1

答案：(E)

解析：$\mu_x=2$，$\mu_y=5$

$\Rightarrow r=\dfrac{(-1)\times(-1)+0\times(-1)+1\times 2}{\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}\sqrt{1+1+4}}=\dfrac{1+0+2}{\sqrt{1+0+1}\sqrt{1+1+4}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.87$

∴ 選(E)

$x-\mu_x$	-1	0	1
x	1	2	3
y	4	4	7
$y-\mu_y$	-1	-1	2

(　　)5. 在下列(1)～(4)組資料中：
(1) 0、1、2、3、4、5；(2) 6、7、8、9、10；(3) 2、4、6、8、10；(4)－1、－2、－3、－4、－5
有幾組資料的母體標準差與 1、2、3、4、5 五個數的標準差相同？
(A)0　(B)1　(C)2　(D)3　(E)4

答案：(C)

解析：(2) 6＝1＋5，7＝2＋5，8＝3＋5，
9＝4＋5，10＝5＋5　∴ 與 1，2，3，4，5 標準差相同
(4) －1＝(－1)．1，－2＝(－1)．2，－3＝(－1)．3
－4＝(－1)．4，－5＝(－1)．5 與 1，2，3，4，5 標準差相同
故有 2 組選(C)

二、多重選擇題：

(　　)1. 若原有 10 筆數據 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$，其平均數為 60，標準差為 5，將原始數據 x_i 標準化後得數據 z_i，下列敘述哪些正確？
(A) $x_1+\dots+x_{10}=600$　(B) $z_1+\dots+z_{10}=0$　(C) $x_1^2+\dots+x_{10}^2=36000$　(D) $z_1^2+\dots+z_{10}^2=10$　(E)z 的標準差＝1

答案：(A)(B)(D)(E)

解析：(A) ○：$x_1+\dots+x_{10}=10\times 60=600$。
(B) ○：標準化的平均數為 0 $\Rightarrow z_1+\dots+z_{10}=0$。
(C) ×：$x_1^2+\dots+x_{10}^2=10\times(5^2+60^2)=36250$。
(D) ○：$z_1^2+\dots+z_{10}^2=10\times(1^2+0^2)=10$。
(E) ○：標準化後的標準差為 1。
故選(A)(B)(D)(E)。

(　　)2. 已知高一甲班 50 名學生期末考數學成績，中位數為 74 分，算術平均數為 75.2 分，眾數為 75 分，今發現某生成績應為 76 分誤登記為 86 分，則修正成績後，下列敘述何者正確？
(A)中位數不變　(B)全距不變　(C)算術平均數降低 0.2 分　(D)標準差降低　(E)標準差提高

答案：(A)(C)(D)

解析：(A) ○：76 和 86 均大於中位數 74 ⇒ 中位數不變。
(B) ×：若未修正前最高 86 分，修正後最高變成 80 分，則全距減少 6 分
∴ 全距可能改變
(C) ○：算術平均數降低 $\dfrac{86-76}{50}=0.2$。
(D) ○：分散程度集中 ⇒ 標準差降低。
(E) ×。

故選(A)(C)(D)。

(　　)3. 小明參加某次路跑 10 公里組的比賽，下表爲小明手錶所記錄之各公里的完成時間、平均心率及步數：

	完成時間	平均心率	步數
第一公里	5:00	161	990
第二公里	4:50	162	1000
第三公里	4:50	165	1005
第四公里	4:55	162	995
第五公里	4:40	171	1015
第六公里	4:41	170	1005
第七公里	4:35	173	1050
第八公里	4:35	181	1050
第九公里	4:40	171	1050
第十公里	4:34	188	1100

在這 10 公里的比賽過程，請依據上述數據，選出正確的選項。
(A)由每公里的平均心率得知小明最高心率爲 188　(B)小明此次路跑，每步距離的平均小於 1 公尺　(C)每公里完成時間和每公里平均心率的相關係數爲正相關　(D)每公里步數和每公里平均心率的相關係數爲正相關　(E)每公里完成時間和每公里步數的相關係數爲負相關

答案：(B)(D)(E)

解析：由表中可發現：由第一公里到第十公里，其完成時間愈來愈少，而平均心率愈來愈多，所需步數愈來愈多。

(A) ×：平均心率≠最高心率。
(B) ○：每單位公里除第一、四公里內所需步數 990、995 步外，其餘皆大於 1000 步
　　∴ 平均每步距離小於 1 公尺
(C) ×：每公里完成時間與平均心率為負相關。
(D) ○：步數與平均心率皆愈來愈多為正相關。
(E) ○：每公里完成時間愈少，則步數愈多為負相關。
故選(B)(D)(E)。

(　　)4. 一組數據 (x_i, y_i)，$i=1$，2，…，n，其相關係數為 r_{xy}，將數據經過 $u_i=5x_i+\frac{11}{3}$，$v_i=4y_i-100$ 的調整後，得出 (u_i, v_i) 其相關係數為 r_{uv}，試問下列敘述何者正確？
(A)若 (x_i, y_i) 之迴歸直線過 $(0, 0)$，則此數據必為標準化後的數據　(B)$r_{uv}=r_{xy}$
(C)(u_i, v_i) 之迴歸直線與 (x_i, y_i) 之迴歸直線必相交於一點　(D)將 x_i的幾何平均數乘上 5 後，再加上 $\frac{11}{3}$，便可得到 u_i的幾何平均數　(E)若將 (x_i, y_i) 標準化後，計算其迴歸直線得 $y=ax+b$，則 $a=r_{xy}$

答案：(B)(E)

解析：(A) ×：應改為標準化後的數據之迴歸直線過 $(0, 0)$

(B) ○：∵ $5\times4>0$

(C) ×：r 可能為 0

(D) ×：應改為算術平均數

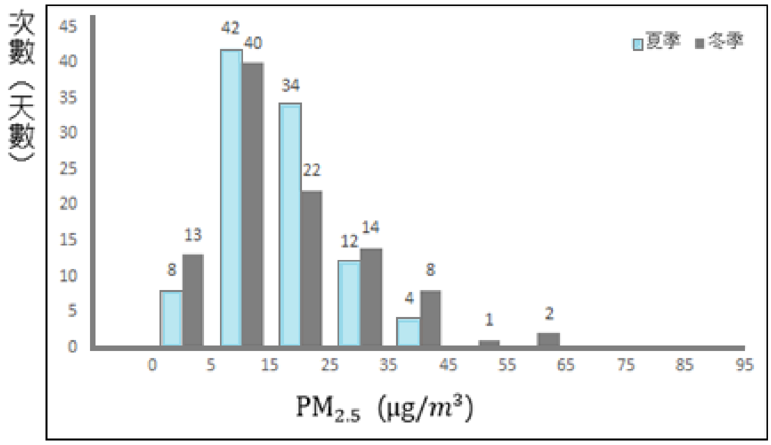
(E)○：∵ $(x_i, y_i) \to (x_i', y_i')$

$x_i' = \dfrac{x_i - u_x}{\sigma_x}$，$y_i' = \dfrac{y_i - u_y}{\sigma_y}$，其中 σ_x、$\sigma_y > 0$

$\sigma_x = 1$，$\sigma_y = 1$，

故 $r_{xy} = r_{x'y'}$，且迴歸直線 $m = r_{xy}$

(　　)5.　附圖為甲地區 2018 年冬夏兩季各 100 天 $PM_{2.5}$ 的濃度直方圖。



試選出正確的選項：
(A)夏季 $PM_{2.5}$ 濃度高於 25($\mu g/m^3$)低於 20 天　(B)冬季 $PM_{2.5}$ 濃度的第 40 百分位數(P_{40})在 5($\mu g/m^3$)與 15($\mu g/m^3$)之間　(C)冬季 $PM_{2.5}$ 濃度的全距大於夏季 $PM_{2.5}$ 濃度的全距　(D)冬季 $PM_{2.5}$ 濃度的標準差大於夏季 $PM_{2.5}$ 濃度的標準差　(E) $PM_{2.5}$ 濃度高於 35($\mu g/m^3$)對敏感體質的人不健康，在這 200 天裡，甲地區對敏感體質族群有害之天數，所占之百分比小於 10%

答案：(A)(B)(C)(D)(E)

解析：(A) 12＋4＝16 (天)。

(B) 5 ($\mu g/m^3$) 以下有 13 天，5 ($\mu g/m^3$) 與 15 ($\mu g/m^3$) 之間有 40 天，
考慮 100 天⇒第 40 百分位數落在 5 ($\mu g/m^3$) 與 15 ($\mu g/m^3$) 之間。

(C)全距：冬季 65－0＝65，夏季 45－0＝45。

(D)冬季較夏季分散，標準差較大。

(E) $\dfrac{(4+8)+1+2}{200} = < 10\%$。

∴選(A)(B)(C)(D)(E)。

三、填充題：

1.　若已知某一資料之算術平均數為 μ_x，標準差為 σ_x，又知資料 x 與 y 的相關係數為 $r(x, y) = 0.2$，則 $r(3x+5, 2y+3) =$＿＿＿＿。

答案：0.2

解析：$r(3x+5, 2y+3) = r(x, y) = 0.2$

2.　資料 x_1，x_2，x_3，…，x_n 的算術平均數為 20，標準差為 5。若 $y_i = -3x_i + 1$，而 y_i 的算術平均數為 a，標準差為 b，求數對 $(a, b) =$＿＿＿＿。

答案：(- 59 , 15)

解析：$y_i = -3x_i + 1$　∴ $\mu_y = -3\mu_x + 1$，$\sigma_y = 3\sigma_x$

∴ $a = -3 \cdot 20 + 1 = -59$，$b = 3 \cdot 5 = 15$

3.　設變量 x 之平均數 $\mu_x = 60$，標準差 $\sigma_x = 6$，若 $y = -1.5x + 4$，試求標準差 $\sigma_y =$＿＿＿＿。

答案：9

解析：$\sigma_y = \sigma_{-1.5x+4} = \sigma_{-1.5x} = 1.5\sigma_x = 9$

4. 數學測驗成績次數分配表如附：

成　績	40～50	50～60	60～70	70～80	80～90	90～100
人　數	2	10	12	9	5	2

求此次測驗的算數平均數＝_____，中位數＝_____。(求至小數點後第二位)

答案：67.75，66.67

解析：$\mu=\dfrac{45\ \ 2+55\ \ 10+65\ \ 12+75\ \ 9+85\ \ 5+95\ \ 2}{2+10+12+9+5+2}=\dfrac{2710}{40}=67.75$

中位數 $60+10\cdot\dfrac{8}{12}=60+\dfrac{20}{3}=66.67$

5. 根據統計資料，1 月份臺北地區的平均氣溫是攝氏 16 度，標準差是攝氏 3.5 度。一般外國朋友比較習慣用華氏溫度表示來表示冷熱，已知當攝氏溫度為 x 時，華氏溫度為 $y=\dfrac{9}{5}x+32$；若用華氏溫度表示，則 1 月份臺北地區平均氣溫是華氏_____度，標準差是華氏_____度。(計算到小數點後第一位，以下四捨五入。)

答案：60.8，6.3

解析：因為 $y=\dfrac{9}{5}x+32$

故 $\mu_y=\dfrac{9}{5}\mu_x+32=\dfrac{9}{5}\times16+32=60.8$

$\sigma_y=\dfrac{9}{5}\sigma_x=\dfrac{9}{5}\times3.5=6.3$

6. 某次籃球校隊的晨間練習，甲、乙、丙、丁 4 位隊員分別進行 10 球的罰球練習，以 x_1,x_2,x_3,x_4 分別代表 4 人的進球數。若已知 $x_4=6$，且此 4 筆數據的算術平均數為 $\dfrac{15}{2}$，標準差為 $\dfrac{\sqrt{51}}{2}$，則新數據 $x_1,x_1,x_1,x_2,x_2,x_2,x_3,x_3,x_3$ 這 9 筆數據的算術平均數為________，標準差為________。

答案：8，4

解析：(1) $x_1+x_2+x_3=4\times\dfrac{15}{2}-6=24$

$\therefore$ 所求之平均數 $=\dfrac{3(x_1+x_2+x_3)}{9}=\dfrac{3\times24}{9}=8$

(2) $x_1^2+x_2^2+x_3^2+6^2=4\times\left[\left(\dfrac{\sqrt{51}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{15}{2}\right)^2\right]=276$

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=240$

$\therefore$ 所求之標準差 $=\sqrt{\dfrac{3(x_1^2+x_2^2+x_3^2)}{9}-8^2}=\sqrt{\dfrac{3\times240}{9}-64}=4$

7. 在某項才藝競賽中，為了避免評審個人主觀影響參賽者成績太大，主辦單位規定：先將 15 位評審給同一位參賽者的比賽成績求得算術平均數，再將與平均數相差超過 15 分的評審成績剔除後重新計算平均值做為此參賽者的比賽成績。現在有一位參賽者所獲 15 位評審的平均成績為 76 分，其中有三位評審給的成績 92、45、55 應剔除，則這個參賽者的比賽成績為 ______ 分。

答案：79

解析：$\dfrac{76\times15-(92+45+55)}{12}=79$

8. 某次月考全班 50 人數學分數統計如下表：

分數	30	40	50	60	70	80	90	100
人數	2	3	8	12	15	8	1	1

則全班成績的中位數為________分。

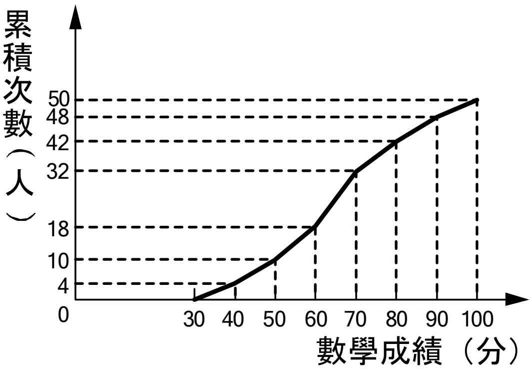
答案：65

解析：$50\times\dfrac{1}{2}=25$，

成績排序：$x_1\le x_2\le\cdots\le x_{25}\le x_{26}\le\cdots\le x_{50}$

$\therefore$ 中位數為 $\dfrac{x_{25}+x_{26}}{2}=\dfrac{60+70}{2}=65$（分）

9. 附圖是某班 50 位同學數學成績的累積次數曲線圖，則此班數學成績的算術平均數為_____。



答案：64.2

分數	30～40	40～50	50～60	60～70	70～80	80～90	90～100
組中點	35	45	55	65	75	85	95
人數	4	6	8	14	10	6	2

解析：

$\mu=\dfrac{35\ 4+45\ 6+55\ 8+65\ 14+75\ 10+85\ 6+95\ 2}{50}$

$=\dfrac{3210}{50}=64.2$

10. 一粒骰子 230 次，各點數出現的次數如附表：

點數	1	2	3	4	5	6
次數	32	43	52	38	35	30

對於這 230 個點數的數據，若中位數為 a 點，眾數為 b 點又第 75 百分位數為 c 點，則 $a-b+c$ ＝__________。

答案：5

點數	1	2	3	4	5	6
次數	32	43	52	38	35	30
累加次數	32	75	127	165	200	230

解析：

$\Rightarrow$中位數 $a=3$，眾數 $b=3$，第 75 百分位數 $c=5$

$\therefore a-b+c=5$

11. 給定一組 5 對 (x,y) 數據如右：則 y 對 x 的迴歸直線為________。

答案：$y=-\dfrac{9}{10}x+\dfrac{197}{10}$

解析：$\mu_x=13$，$\mu_y=8$ ，

y對 x的迴歸直線之斜率$=\dfrac{(-2)\times 2+(-1)\times 1+0\times(-1)+1\times 0+2\times(-2)}{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}=-\dfrac{9}{10}$

∴ y對 x的迴歸直線為 $y-8=(-\dfrac{9}{10})(x-13)\Rightarrow y=-\dfrac{9}{10}x+\dfrac{197}{10}$

12. 某生第一次段考，數學 63 分，英文 65 分。全校高一 400 位學生數學成績平均為 72 分，標準差為 9 分；英文成績平均為 75 分，標準差為 5 分。此生第一次段考數學成績的標準化分數為 a，英文成績的標準化分數為 b，則數對 $(a,b)=$________。

答案：$(-1,-2)$

解析：$a=\dfrac{63-72}{9}=-1$，$b=\dfrac{65-75}{5}=-2$

∴ 數對 $(a,b)=(-1,-2)$